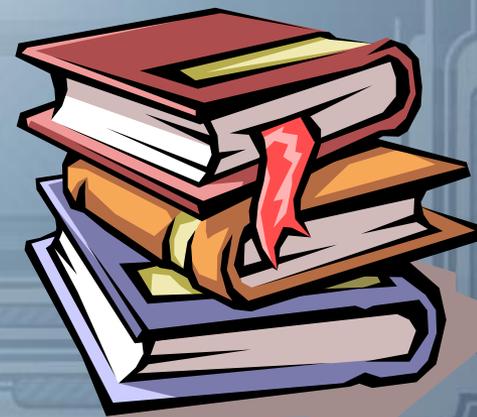




通信原理

第7章 现代调制技术





- **基础：**第6章中我们讨论了数字调制的三种基本方式：数字振幅调制ASK、数字频率调制FSK、数字相位调制PSK（DPSK），这三种数字调制方式是数字调制的基础
- **问题：**这三种数字调制方式都存在某些不足，如频谱利用率低、抗多径衰落能力差、功率谱衰减慢、带外辐射严重等。
- **措施：**主要围绕着减小信号带宽以提高频带利用率；提高功率利用率以增强抗干扰性能；适应各种随参信道以增强抗多径衰落能力等展开。

7.1 正交振幅调制 QAM



□ 7.1.1 QAM调制原理

用两路独立的数字基带信号对两个相互正交的同频载波进行抑制载波的DSB调制，利用这种已调信号在同一带宽内频谱正交的性质来实现两路并行的数字信息传输。

➤ M进制正交振幅调制信号一般表示为：

$$S_{MQAM}(t) = \sum_n A_n g(t - nT_B) \cos(\omega_c t + \varphi_n)$$

式中是 A_n 基带信号幅度， φ_n 是基带信号相位，它们分别可以取多个离散值； $g(t - nT_B)$ 是宽度为 T_B 的单个信号波形，上式还可以变换为正交表示形式

$$S_{MQAM}(t) = \left[\sum_n A_n g(t - nT_B) \cos \varphi_n \right] \cos \omega_c t - \left[\sum_n A_n g(t - nT_B) \sin \varphi_n \right] \sin \omega_c t$$

$$\text{令 } X_n = A_n \cos \varphi_n, Y_n = -A_n \sin \varphi_n$$

$$\begin{aligned} \text{可得: } S_{MQAM}(t) &= \left[\sum_n X_n g(t - nT_B) \right] \cos \omega_c t + \left[\sum_n Y_n g(t - nT_B) \right] \sin \omega_c t \\ &= X(t) \cos \omega_c t + Y(t) \sin \omega_c t \end{aligned}$$

7.1 正交振幅调制 QAM

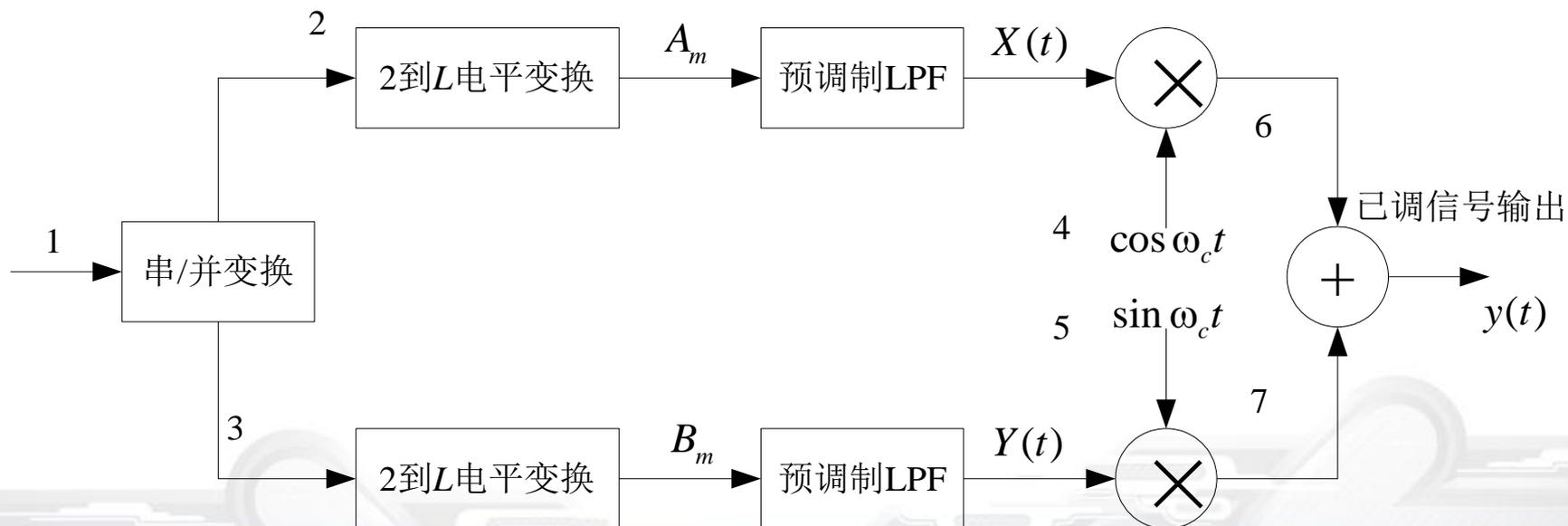


➤ QAM中的振幅 X_n 和 Y_n 还可以表示为

$$\begin{cases} X_n = c_n A \\ Y_n = d_n A \end{cases}$$

A 是固定振幅， c_n 和 d_n 是由输入数据确定的离散值，它们决定了已调QAM信号在信号空间中的坐标点。

➤ QAM信号调制原理图

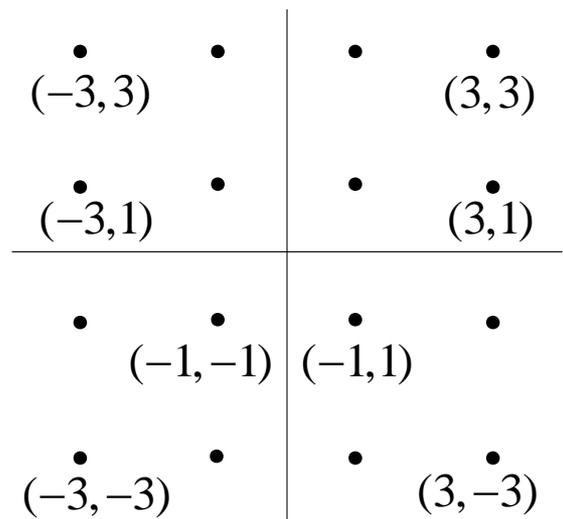


7.1 正交振幅调制 QAM

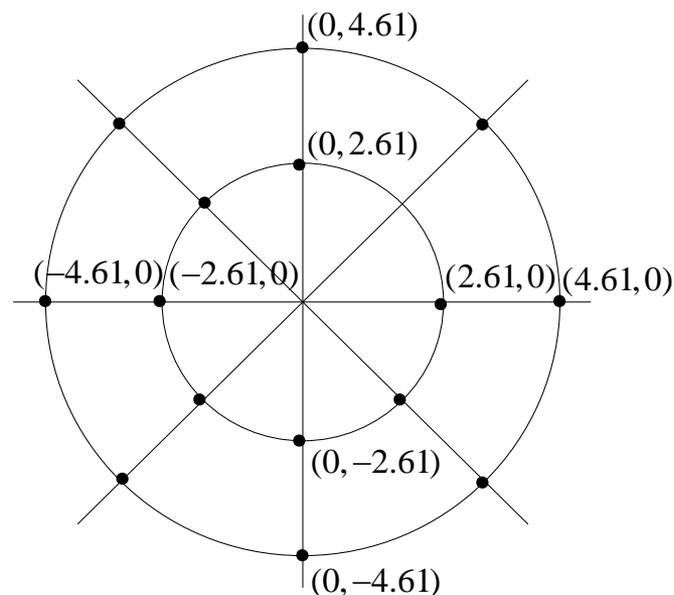


□ **星座图**：信号矢量端点的分布图。通常，可以用星座图来描述QAM信号的信号空间分布状态。

□ 如图为16QAM的两种星座图



(a) 方型16QAM星座



(b) 星型16QAM星座

7.1 正交振幅调制 QAM



- 最小距离体现了**噪声容限**，若信号点之间的最小距离为 $2A$ ，且所有信号点等概率出现，则平均发射信号功率为

$$P_s = \frac{A^2}{M} \sum_{n=1}^M (c_n^2 + d_n^2)$$

其中 (c_n, d_n) 是在信号空间的坐标点。

对于方型16QAM，信号平均功率为

$$P_s = \frac{A^2}{M} \sum_{n=1}^M (c_n^2 + d_n^2) = \frac{A^2}{16} (4 \times 2 + 8 \times 10 + 4 \times 18) = 10A^2$$

对于星型16QAM，信号平均功率为

$$P_s = \frac{A^2}{M} \sum_{n=1}^M (c_n^2 + d_n^2) = \frac{A^2}{16} (8 \times 2.61^2 + 8 \times 4.61^2) = 14.03A^2$$

7.1 正交振幅调制QAM

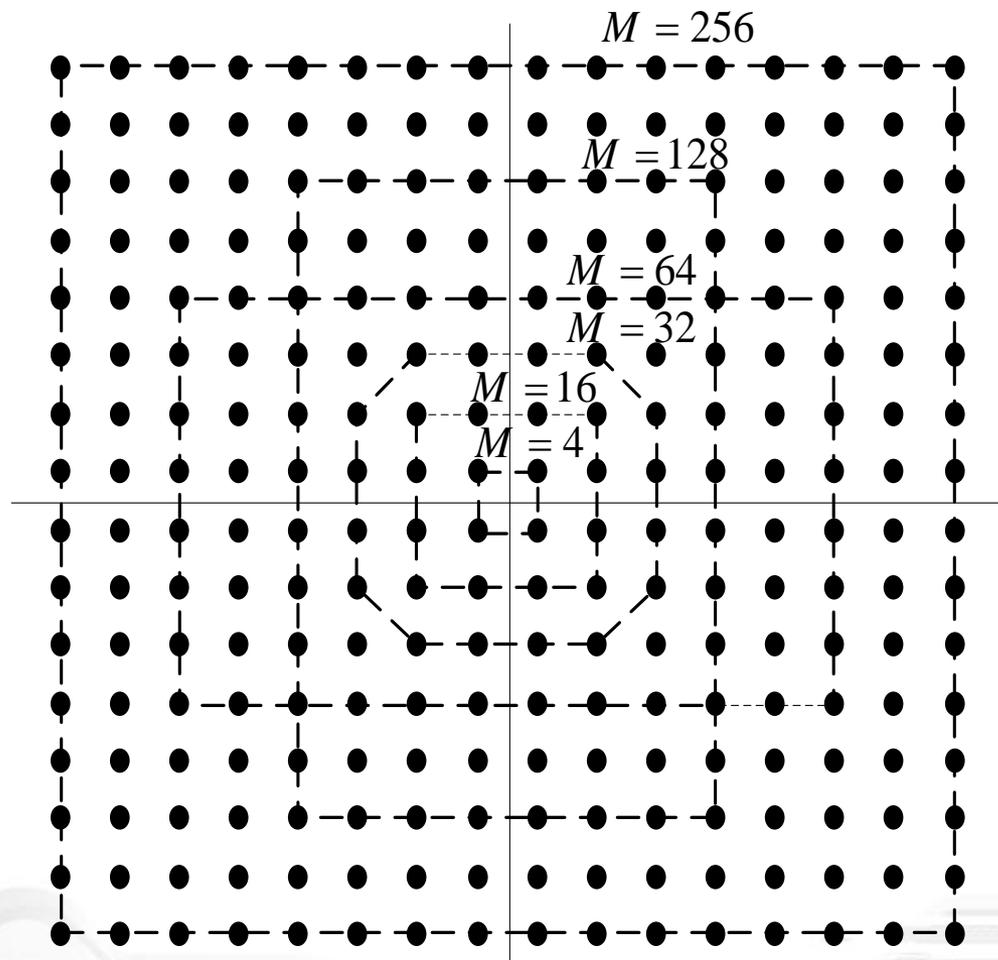


- 从信号平均功率看，两者相差1.4dB，方型16QAM的平均功率更小。在星座结构方面，两者有着重要的差别。
- ◆ 星型16QAM只有两个振幅值，而方型16QAM有三种振幅值；
- ◆ 星型16QAM只有8种相位值，而方型16QAM有12种相位值。
- 这两个特点使得在衰落信道中，星型16QAM比方型16QAM更具有吸引力，尽管在信号点最小距离相同的情况下，方型的信号平均功率更低。

7.1 正交振幅调制 QAM



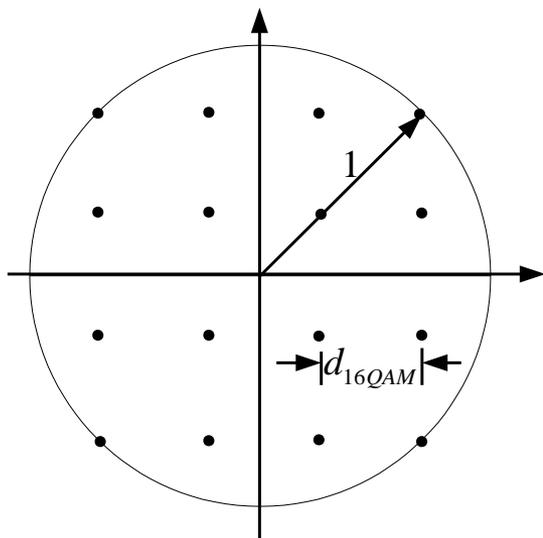
- $M=4, 16, 32, \dots, 256$ 时 MQAM 信号的星座图如图所示。



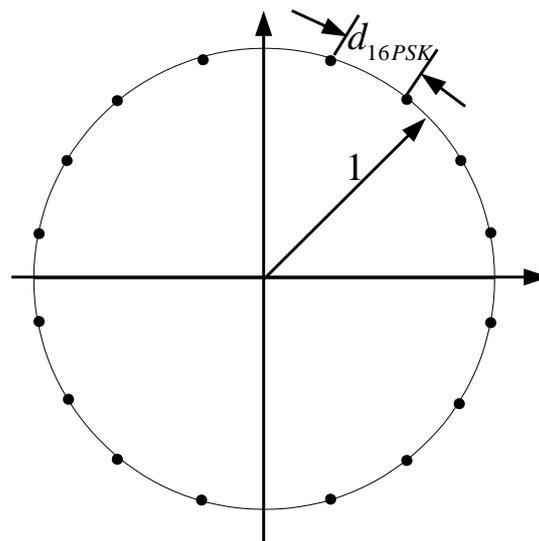
7.1 正交振幅调制 QAM



□ 16QAM和16PSK的星座图



(a) 16QAM



(b) 16PSK

➤ MPSK信号星座图上信号点间的最小距离为

$$d_{MPSK} = 2 \sin\left(\frac{\pi}{M}\right)$$

7.1 正交振幅调制 QAM



而MQAM信号矩形星座图上信号点间的最小距离为

$$d_{MQAM} = \frac{\sqrt{2}}{L-1} = \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{M}-1}$$

式中， L 为星座图上信号点在水平轴和垂直轴上投影的电平数， $M=L^2$ 。

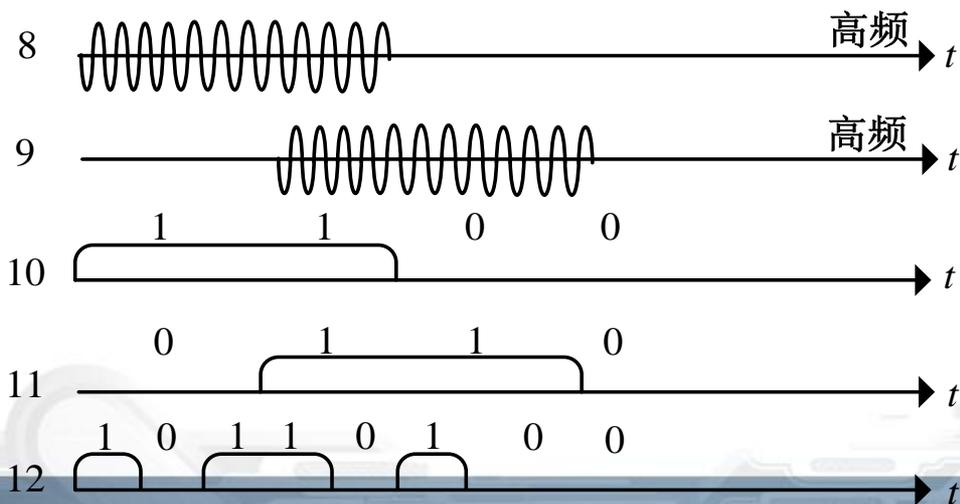
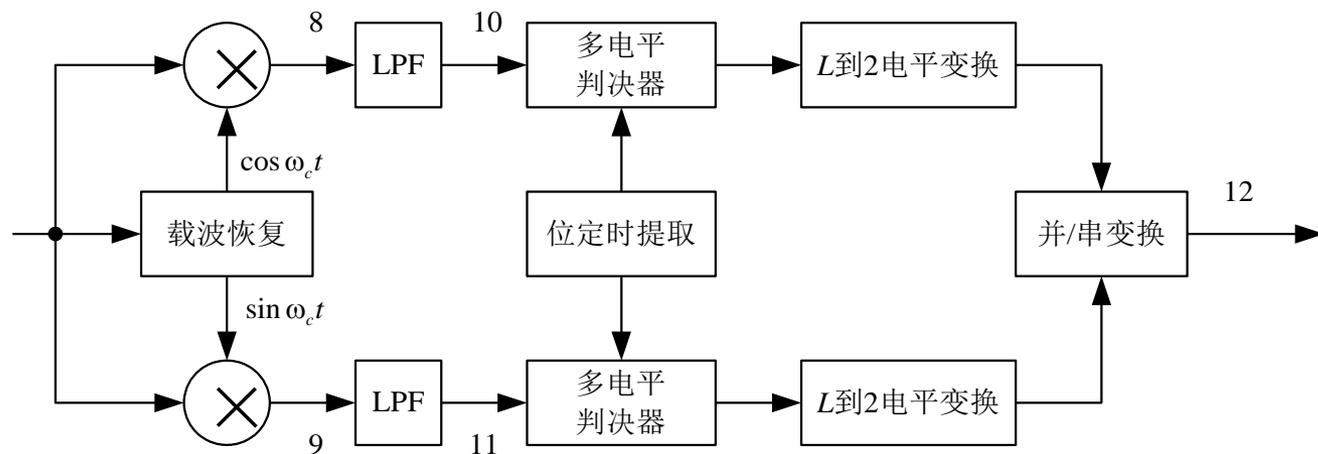
- 由式上式可以看出，当 $M=4$ 时， $d_{4PSK}=d_{4QAM}$ ，实际上，4PSK和4QAM的星座图完全相同。当 $M=16$ 时， $d_{16QAM}=0.47$ ，而 $d_{16PSK}=0.39$ ， $d_{16PSK}>d_{16QAM}$ ，这表明，16QAM系统的抗干扰能力优于16PSK。

7.1 正交振幅调制 QAM



□ 7.1.2 QAM解调原理

● QAM信号相干解调原理图及各个点的波形



7.1 正交振幅调制 QAM

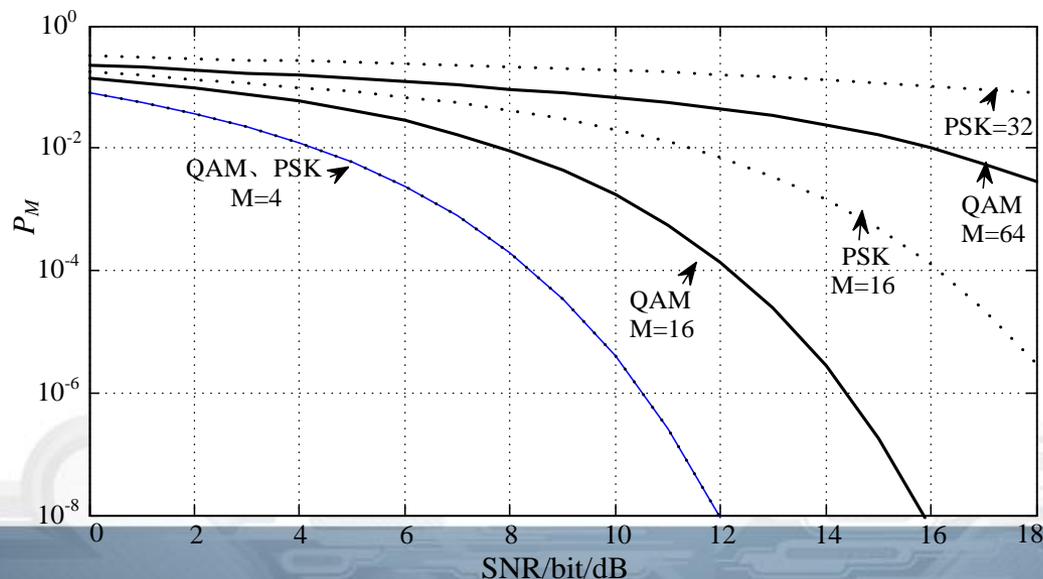


□ 7.1.3 QAM系统性能

- 对于方型QAM，可以看成是由两个相互正交且独立的多电平ASK信号叠加而成。因此，利用多电平信号误码率的分析方法，可得到M进制QAM的误码率为

$$P_M = \left(1 - \frac{1}{L}\right) \operatorname{erfc} \left[\sqrt{\frac{3 \log_2 L}{L^2 - 1}} \left(\frac{E_b}{n_0}\right) \right]$$

$M=L^2$ ， E_b 为每比特码元能量， n_0 为噪声单边功率谱密度
M进制方型QAM的误码率曲线如图所示：



7.1 正交振幅调制 QAM



- 从图中可得出随着的增大，误码率指标下降，当 $M=4$ ，QAM和PSK的误码率相同，但是当 $M>4$ 时，QAM调制系统的误码率要好于PSK调制系统。
- 频带利用率可有以下公式求得

$$\eta_B = \frac{R_b}{B} = \frac{1}{B} R_B \log M$$

在求 B 时考虑低通滤波器并不是理想低通滤波器，它具有滚降特性。具有理想低通特性时，滚降系数 $\alpha=0$ ，一般的低通特性时 $\alpha=1$ 。考虑滚降特性的带宽的表达式

$$B = \frac{1}{T_B} (1 + \alpha)$$

7.1 正交振幅调制 QAM



- 不同 α 值的频谱利用系数 η_B 值

α 调制方式	1	0.33	0
8PSK	1.5	2.25	3
16QAM	2	3	4
4QAM	1	1.5	2
4PSK	2	1.5	2
2PSK	0.5	0.75	1

- 从表中看出， α 的值越小，越接近理想低通特性，则 η_B 越大；进制数越大，则 η_B 值越大。其中16QAM的频带利用率最高。



□ 7.2.1 最小频移键控MSK

- **FSK的不足**：2FSK占用的频带宽度比2PSK大，其频带利用率低；其次，使用开关法产生2FSK，通常是由两个独立振荡源产生的，在频率转换处相位不连续，因此会造成功率谱产生很大的旁瓣分量，若通过带限系统后，会产生信号包络起伏变化；再者，2FSK信号的两种码元波形不一定严格正交。
- **MSK的定义**：MSK是一种包络稳定、相位连续、带宽最小并且严格正交的2FSK信号。

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



➤ MSK信号可以表示为:

$$s_{MSK}(t) = \cos\left(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_B} + \varphi_k\right) \quad (k-1)T_B < t \leq kT_B$$

式中, $\omega_c = 2\pi f_c$, 为载波角载频; T_B 为码元宽度; φ_k 为第 k 个码元的初始相位, 它在一个码元宽度中是不变的。当输入码元为“1”时, $a_k = +1$, 当输入码元为“0”时, $a_k = -1$ 。从上式可以看出, 输入码元为“1”时, 码元频率

$$f_1 = f_c + 1/(4T_B)$$

输入码元为“0”时, 码元频率

$$f_0 = f_c - 1/(4T_B)$$

故中心频率应选为

$$f_c = \frac{n}{4T_B} \quad n = 1, 2, \dots$$

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



- f_1 与 f_0 的差等于 $1/2T_B$ ，这是2FSK信号的最小频率间隔，也是称为最小频移键控调制的原因。这表示，MSK信号每个码元持续时间 T_B 内包含的波形周期数必须是 $1/4$ 载波周期的整数倍。由上式可得

$$T_B = \left(\frac{n+1}{4}\right)T_1 = \left(\frac{n-1}{4}\right)T_0$$

其中 $T_1=1/f_1$; $T_0=1/f_0$ 。式中给出一个码元持续时间 T_B 包含的正弦波周期数。由此式看出，无论两个信号频率 f_1 和 f_2 等于何值，这两种码元包含的正弦波数均相差 $1/2$ 个周期。

例如，当 $n=5$ 时，对于比特“1”和“0”，一个码元持续时间内分别有1.5个和1个正弦波周期。

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



- 相位连续的一般条件是前一码元末尾总相位等于后一码元开始时总相位，即

$$\frac{a_{k-1}\pi}{2T_B} kT_B + \varphi_{k-1} = \frac{a_k\pi}{2T_B} kT_B + \varphi_k$$

于是可以得出递归条件如下

$$\varphi_k = \varphi_{k-1} + \frac{k\pi}{2} (a_{k-1} - a_k) = \begin{cases} \varphi_{k-1} & , a_k = a_{k-1} \\ \varphi_{k-1} \pm k\pi & , a_k \neq a_{k-1} \end{cases} \pmod{2\pi}$$

从中可以看出，第k个码元的相位 φ_k 不仅和当前的输入 a_k 有关，而且和前一码元的相位 φ_{k-1} 和 a_{k-1} 有关。亦即MSK信号的前后码元之间存在相关性。在用相干法接收时，可以假设的初始参考值 φ_{k-1} 等于0。即：

$$\varphi_k = 0 \quad \text{或} \quad \pi \pmod{2\pi}$$

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



➤ 据此，MSK信号可以表示

$$s_{MSK}(t) = \cos[\omega_c t + \theta_k(t)] \quad (k-1)T_B < t \leq kT_B$$

式中 $\theta_k(t) = \frac{a_k \pi}{2T_B} t + \varphi_k$ ， $\theta_k(t)$ 成为第k个码元的附加相位，它在此码元持续时间内是 t 的直线方程。

并且，在一个码元持续时间 T_B 之内变化 $\pm\pi/2$ 。按照相位连续性的要求，在第 $k-1$ 个码元的末尾，即当 $t=(k-1)T_B$ 时，其附加相位 $\theta_{k-1}(kT_B)$ 就应该是第k个码元的初始附加相位 $\theta_k(kT_B)$ 。

所以，每经过一个码元的持续时间，MSK码元的附加相位就改变 $\pm\pi/2$ ；若 $a_k=+1$ ，则第k个码元的附加相位增加 $\pi/2$ ；若 $a_k=-1$ ，则第k个码元的附加相位减小 $\pi/2$ 。



□ 7.2.2 MSK信号的正交调制与解调

对MSK信号表达式进行三角公式展开，得

$$\begin{aligned} s_{MSK}(t) &= \cos\left(\frac{a_k \pi}{2T_B} t + \varphi_k\right) \cos \omega_c t - \sin\left(\frac{a_k \pi}{2T_B} t + \varphi_k\right) \sin \omega_c t \\ &= \left(\cos \frac{a_k \pi t}{2T_B} \cos \varphi_k - \sin \frac{a_k \pi t}{2T_B} \sin \varphi_k \right) \cos \omega_c t \\ &\quad - \left(\sin \frac{a_k \pi t}{2T_B} \cos \varphi_k + \cos \frac{a_k \pi t}{2T_B} \sin \varphi_k \right) \sin \omega_c t \end{aligned}$$

又因为 $\varphi_k = 0$ 或 $\pi(\text{mod } 2\pi)$ ，所以 $\sin \varphi_k = 0, \cos \varphi_k = \pm 1$ 。

由 $a_k = \pm 1$ ， $\cos \frac{a_k \pi t}{2T_B} = \cos \frac{\pi t}{2T_B}$ ， $\sin \frac{a_k \pi t}{2T_B} = a_k \sin \frac{\pi t}{2T_B}$ ，该式可变为

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



$$\begin{aligned} s_{MSK}(t) &= \cos \varphi_k \cos \frac{\pi t}{2T_B} \cos \omega_c t - a_k \cos \varphi_k \sin \frac{\pi t}{2T_B} \sin \omega_c t \\ &= p_k \cos \frac{\pi t}{2T_B} \cos \omega_c t - q_k \sin \frac{\pi t}{2T_B} \sin \omega_c t \quad (k-1)T_B < t \leq kT_B \end{aligned}$$

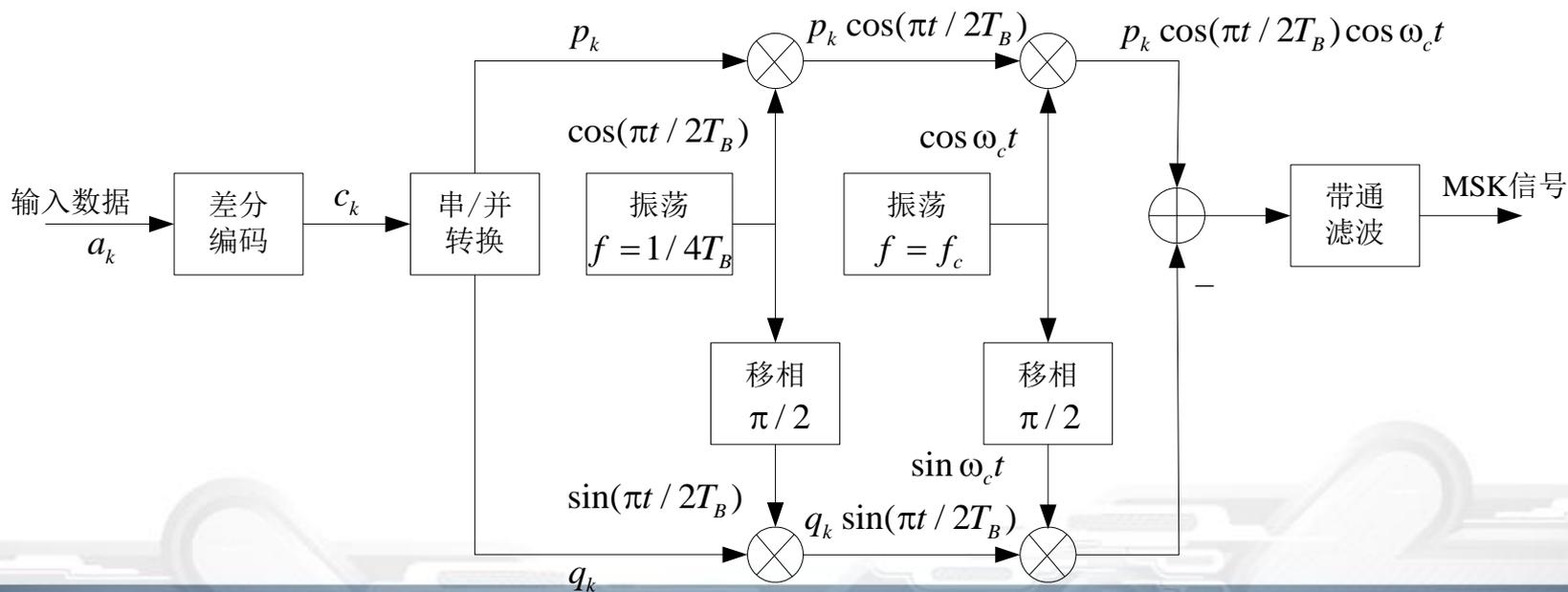
- 式中， $p_k = \cos \varphi_k = \pm 1$ ， $q_k = a_k \cos \varphi_k = a_k p_k = \pm 1$ ，可以看出，MSK信号可以分解为同相分量**I**和正交分量**Q**两部分。I分量也称为I支路，载波为 $\cos \omega_c t$ ， p_k 中包含输入码元信号，正弦形加权函数是 $\cos \frac{\pi t}{2T_B}$ ；Q分量也称为Q支路，载波为 $\sin \omega_c t$ ， q_k 中包含输入码元信息， $\sin \frac{\pi t}{2T_B}$ 是其正弦形加权函数。

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控 武汉理工大学



- 虽然每一个码元的持续时间为 T_B ， p_k 和 q_k 每秒可以改变一次，但是 p_k 和 q_k 不可能同时改变。因为仅**当 $a_k \neq a_{k-1}$ ，且 k 为奇数时， p_k 才可能改变**。但是当 p_k 和 a_k 同时改变时， q_k 不会改变；仅当 **$a_k = a_{k-1}$ 且 k 为偶数时， p_k 不改变而 q_k 才改变**。也即 k 为奇数时， q_k 不会改变，所以 p_k 和 q_k 不会同时改变。可以证明，将 a_k 差分编码后，奇数序列就是 p_k ，偶数序列是 q_k 。

● MSK信号产生器框图



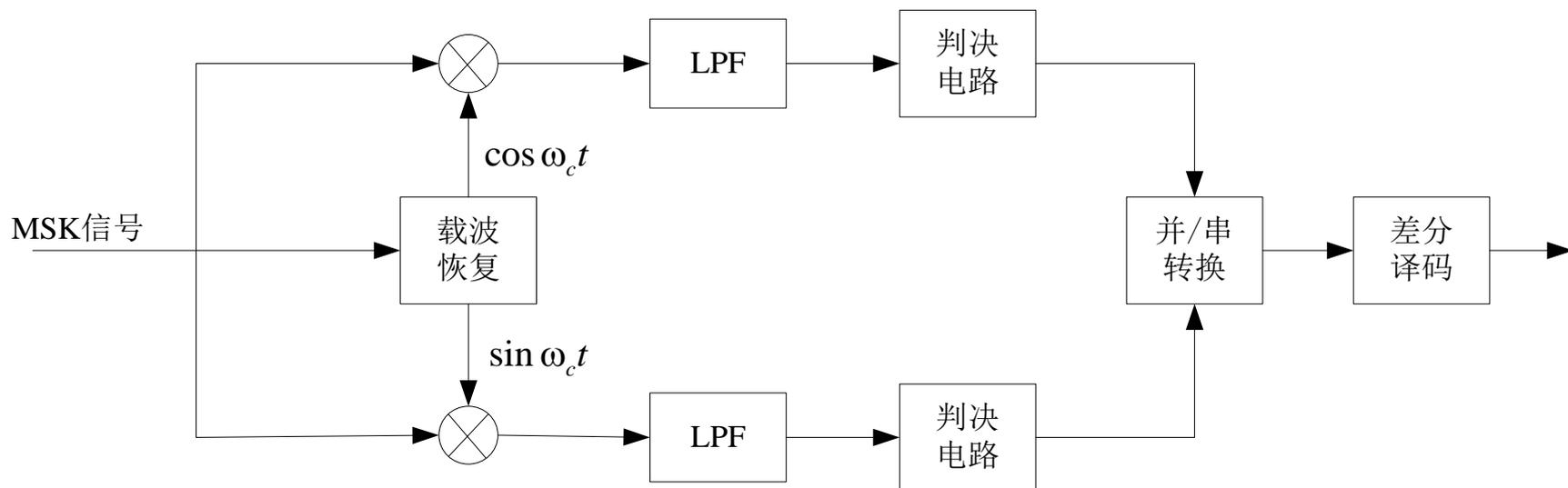
7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



□ MSK信号的解调方法:

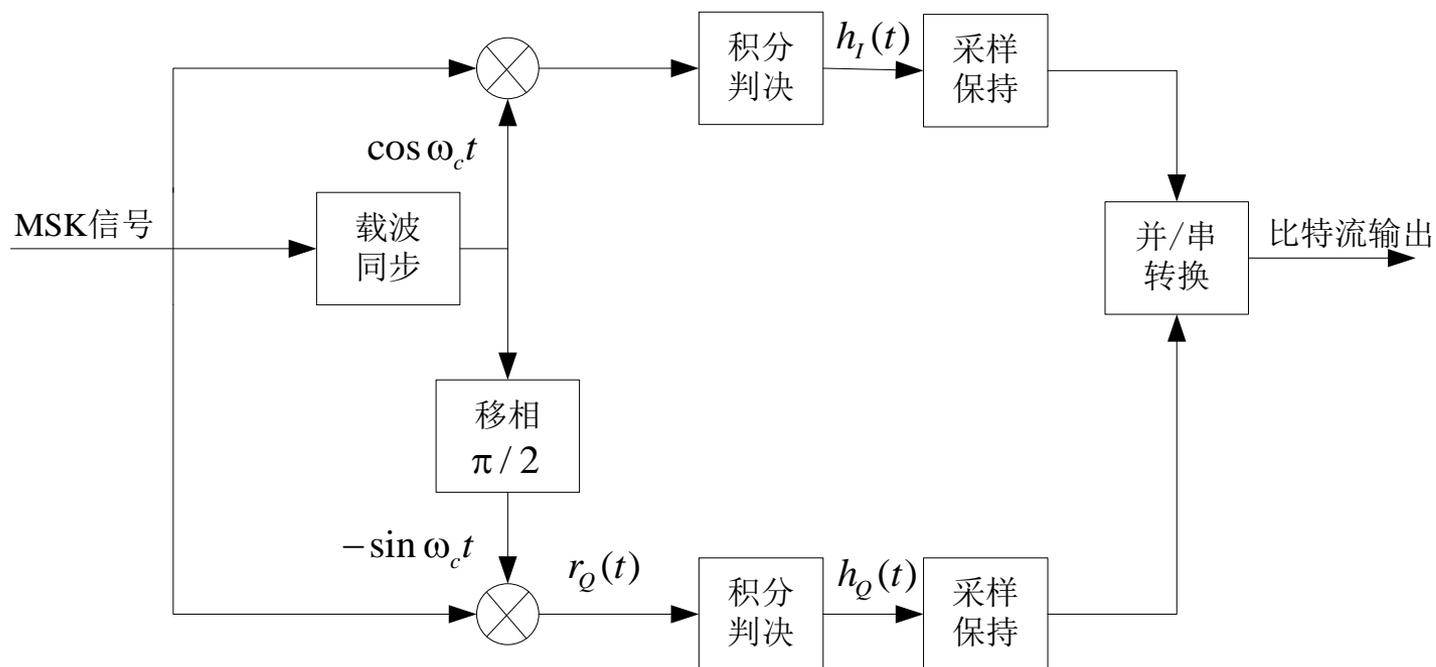
- MSK信号最佳相干解调方式之一，如图，图中两路正交参考载波与接收信号相乘，再对两路积分器输出在的时间间隔内进行交替判决，最后恢复原数据。



7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控 武汉理工大学



- **MSK**信号的最佳相干解调方式之二，由于MSK还可以看成一种余弦基带脉冲成型的偏移QPSK调制，所以也可以利用QPSK信号的解调方法进行解调，如图。





□ 7.2.3 MSK的性能

设信道为恒参信道，噪声为加性高斯白噪声，MSK解调器输入信号与噪声的合成波为

$$r(t) = \cos\left(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_B} + \varphi_k\right) + n(t)$$

式中 $n(t) = n_c(t) \cos \omega_c t - n_s(t) \sin \omega_c t$ 是均值为0，方差为 σ_n^2 的窄带高斯噪声。

经过相乘、低通滤波和抽样后，在 $t=2kT_B$ 时刻I支路样值为

$$\square I(2kT_B) = a \cos \varphi_k + (-1)^k n_c$$

在 $t=(2k+1)T_B$ 时刻Q支路的样值为

$$\square Q[(2k+1)T_B] = aa_k \cos \varphi_k + (-1)^k n_s$$

n_c 和 n_s 分别为 $n_c(t)$ 和 $n_s(t)$ 在抽样时刻的样本值。

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



- 在I支路与Q支路数据等概率情况下，各支路误码率为

$$P_{e1} = \int_{-\infty}^0 f(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi}\sigma} \int_{-\infty}^0 \exp\left\{-\frac{(x-a)^2}{2\sigma^2}\right\} dx$$
$$= \frac{1}{2} \operatorname{erfc}(\sqrt{r})$$

式中， $r = \frac{a^2}{2\sigma_n^2}$ 为输入信噪比。

经过交替门输出和差分译码后，系统的总误码率为

$$P_e = 2P_{e1}(1 - P_{e1})$$

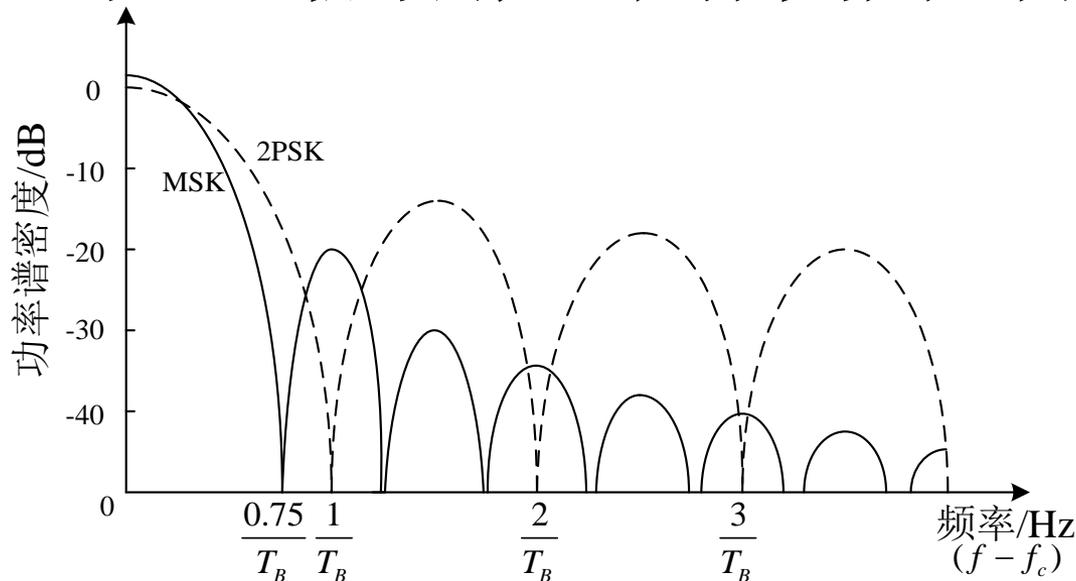
- 用FSK相干解调法在每个码元持续时间内解调MSK信号，则性能比2PSK信号差3dB。用匹配滤波器解调MSK信号，与2PSK误比特率性能一样。

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



● MSK与2PSK信号的归一化功率谱对比图



与2PSK相比，MSK更加紧凑，旁瓣下降也更快，故对于相邻频道的干扰比较小。计算表明包含90%信号功率的带宽B近似值如下。

对于MSK: $B \approx 1/T_B$

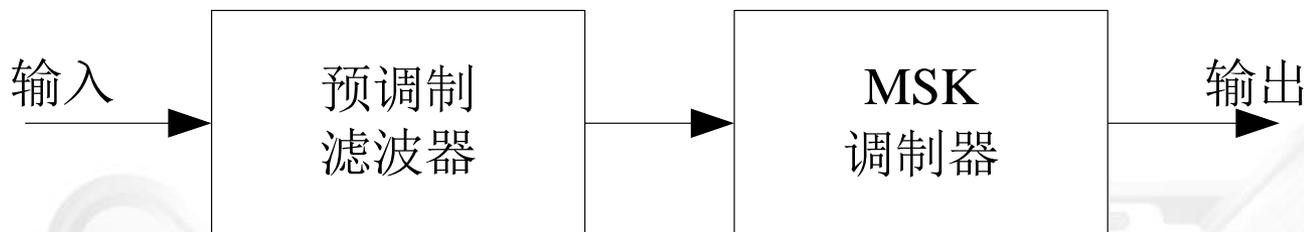
对于2PSK: $B \approx 2/T_B$

➤ 由于MSK信号比2PSK信号有更高的频谱利用率，因此得到了广泛的应用。



□ 7.2.4 高斯最小频移键控GMSK

- 尽管MSK调制方式的突出优点是已调信号具有恒定包络，且功率谱在主瓣以外衰减较快。但是，在移动通信中对信号带外辐射功率的限制十分严格，一般要求必须衰减70 dB以上，MSK信号仍不能满足这样的要求。
- **为此，人们设法对MSK的调制方式进行改进：**
- 在MSK调制前加入预调制滤波器，对矩形波形进行滤波，得到一种新型的基带波形，使其本身和尽可能高阶的导数都连续，从而得到较好的频谱特性。**MSK调制原理图**如下：



7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



◆为了有效地抑制MSK信号的带外功率辐射，预调制滤波器应具有以下特性：

(1) 带宽窄并且具有陡峭的截止特性；

(2) 脉冲响应的过冲较小；

(3) 滤波器输出脉冲响应曲线下的面积对应于 $\pi/2$ 的相移。

◆其中条件(1)是为了抑制高频分量；条件(2)是为了防止过大的瞬时频偏；条件(3)是为了使调制指数为0.5。

➤ 一种满足上述特性的预调制滤波器是高斯低通滤波器，其单位冲激响应为

$$h(t) = \frac{\sqrt{\pi}}{\alpha} \exp\left[-\left(\frac{\pi}{\alpha}t\right)^2\right]$$

7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



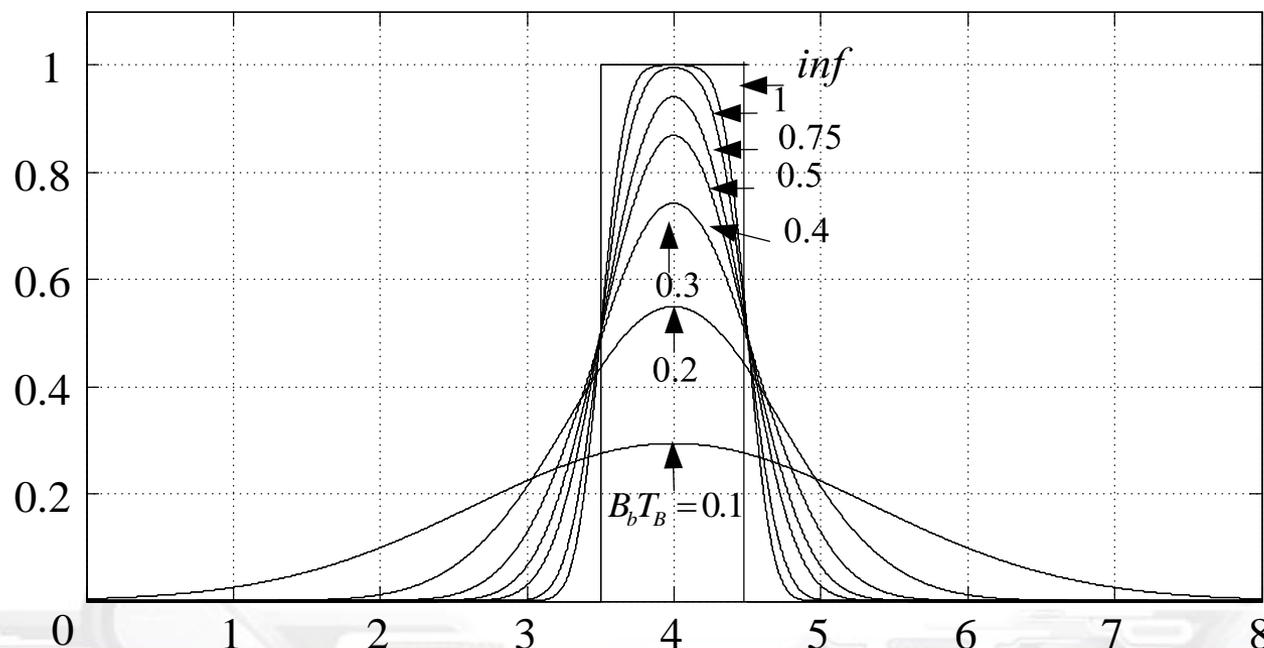
传输函数为

$$H(f) = \exp(-\alpha^2 f^2)$$

式中， α 是与高斯滤波器的3dB带宽有关的参数，它们之

间的关系为 $\alpha B_b = \sqrt{\frac{1}{2} \ln 2} \approx 0.5887$

➤ 高斯滤波器的传输函数如图

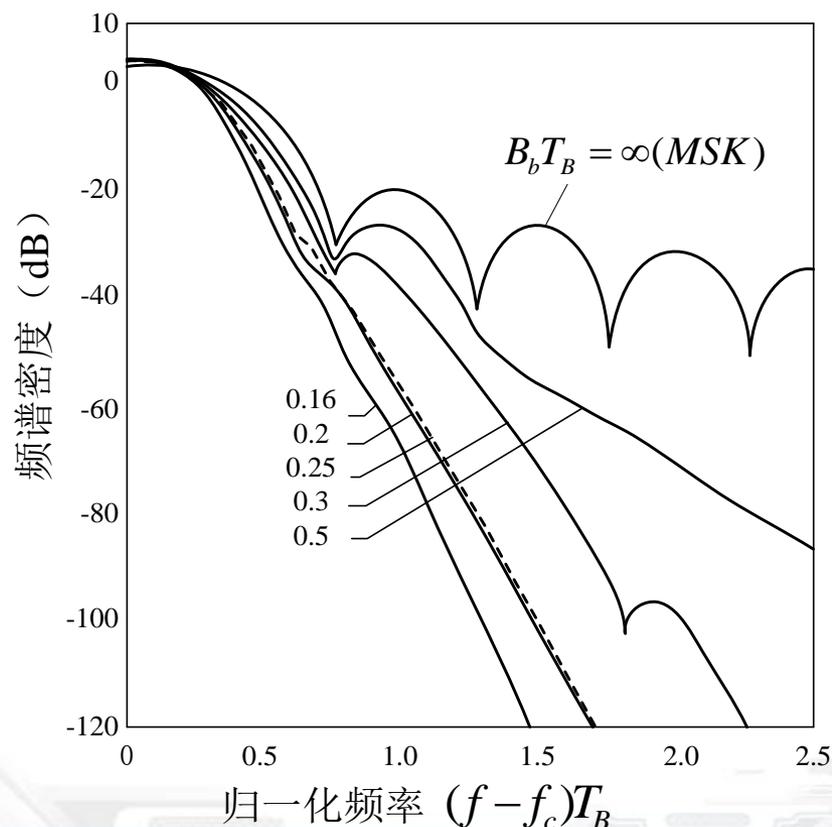


7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



- 高斯滤波器的输出经MSK调制得到GMSK信号，其相位路径由脉冲的形状决定，由于高斯滤波后的脉冲无陡峭沿，也无拐点，因此相位路径得到进一步平滑。GMSK信号的功率谱密度图如下。

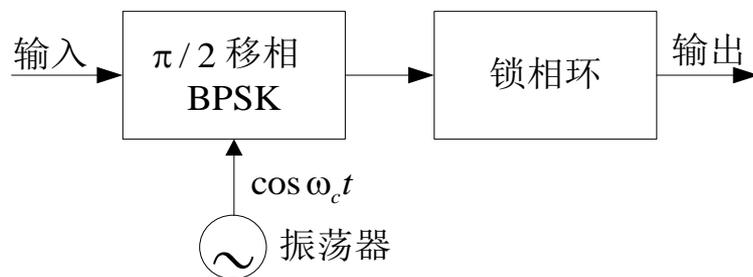


7.2 最小频移键控与高斯最小频移键控

武汉理工大学



- **GMSK**信号频谱特性的改善是以降低误比特性能为代价的。前置高斯低通滤波器的带宽越窄，输出功率谱密度越紧凑，误比特性能越差。不过当 $B_b T_B > 0.25$ 时，误比特性能下降并不明显。在**GSM**移动通信系统中，采用 $B_b T_B = 0.3$ 的**GMSK**调制。
- **PLL型GMSK调制器**



- 锁相环对**BPSK**信号的相位突跳进行平滑，使得信号在码元转换时刻相位连续，而且没有尖角。该方法实现**GMSK**信号的关键是锁相环传输函数的设计，以满足输出信号功率谱特性要求。

7.3 正交频分复用OFDM



- 前面介绍的数字调制方式都属于**串行体制**，其特征为在任一时刻都只用单一的载波频率来发送信号，如ASK、FSK、PSK、QAM、MSK等。

相对应的是**并行体制**：将高速率的信息数据流经串 / 并转换，分割为若干路低速率并行数据流，然后每路低速率数据采用一个独立的载波调制后叠加在一起构成发送信号，这种系统也称为多载波传输系统。

- 在并行体制中，**正交频分复用OFDM方式**是一种高效调制技术。

优点：它比传统的多载波传输系统频带利用率高，OFDM可以有效地消除多径传播所造成的码间干扰



□ 7.3.1 OFDM基本原理

- **基本原理：**将发送的数据流分散到许多个子载波上，使各子载波的信号速率大为降低，从而提高抗多径和抗衰落的能力。

- **表达式：**

设在一个OFDM系统中有N个子信道，每个子信道采用的子载波为

$$x_k(t) = B_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \quad k = 0, 1, \dots, N-1$$

式中， B_k 为第k路子载波的振幅，它受基带码元的调制； f_k 为第k路子载波的频率； ϕ_k 为第k路子载波的初始相位。

则此系统中的路子信号之和可以表示为

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} x_k(t) = \sum_{k=0}^{N-1} B_k \cos(2\pi f_k t + \phi_k)$$

7.3 正交频分复用OFDM



将 $s(t)$ 改写成复数形式如下：

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{B}_k e^{j2\pi f_k t + \phi_k}$$

式中： \mathbf{B}_k 是一个复数，为第 k 路子信道中的复输入数据。

➤ 为了使这 N 路子信道信号在接收时能够完全分离，要求它们满足正交条件。

● 正交条件

$$\int_0^{T_B} \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \cos(2\pi f_i t + \phi_i) dt = 0$$

➤ 上式可以用三角公式改写成

$$\begin{aligned} & \int_0^{T_B} \cos(2\pi f_k t + \phi_k) \cos(2\pi f_i t + \phi_i) dt \\ &= \frac{1}{2} \int_0^{T_B} \cos[(2\pi(f_k - f_i)t + \phi_k - \phi_i)] dt + \frac{1}{2} \int_0^{T_B} \cos[(2\pi(f_k + f_i)t + \phi_k + \phi_i)] dt \\ &= 0 \end{aligned}$$

7.3 正交频分复用OFDM



它的积分结果为:

$$\frac{\sin[2\pi(f_k + f_i)T_B + \phi_k + \phi_i]}{2\pi(f_k + f_i)} + \frac{\sin[2\pi(f_k - f_i)T_B + \phi_k - \phi_i]}{2\pi(f_k - f_i)}$$
$$- \frac{\sin(\phi_k + \phi_i)}{2\pi(f_k + f_i)} - \frac{\sin(\phi_k - \phi_i)}{2\pi(f_k - f_i)} = 0$$

令上式等于0的条件是:

$$\begin{cases} (f_k + f_i)T_B = m \\ (f_k - f_i)T_B = n \end{cases}$$

m 和 n 是整数, ϕ_k 和 ϕ_i 可以取任意值。

解得: $f_k = (m + n)/2T_B$, $f_i = (m - n)/2T_B$

➤ 即要求子载频满足 $f_k = k/2T_B$, 式中 k 为整数; 且要求子载频间隔 $\Delta f = f_k - f_i = n/T_B$, 故要求的最小子载频间隔为

$$\Delta f_{\min} = 1/T_B$$

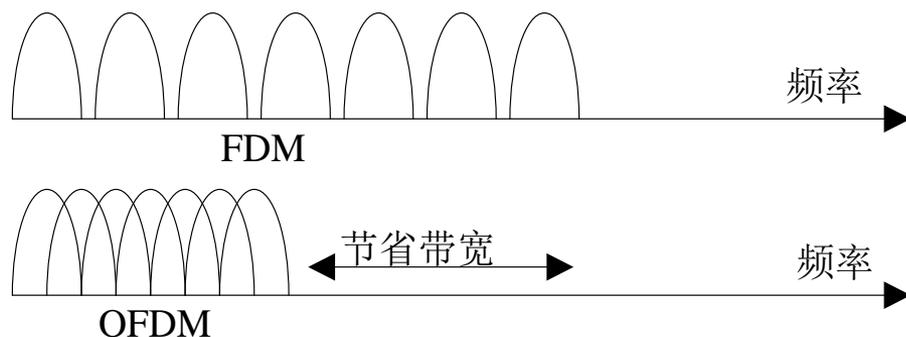
这就是子载频正交的条件。

7.3 正交频分复用OFDM



● OFDM系统在频域中的特点

➤ 常规FDM与OFDM信道分配图

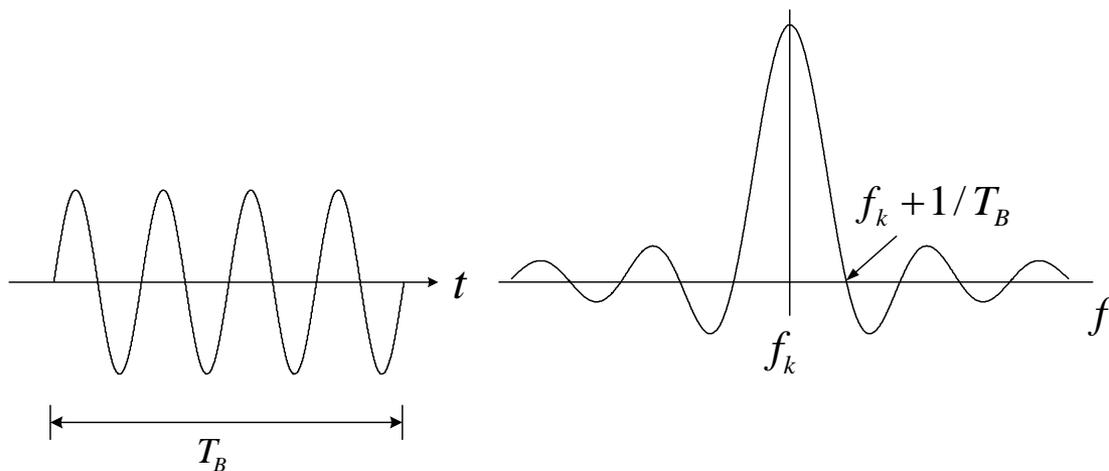


- ◆ 与一般的频分复用（FDM）技术不同，在OFDM系统中各子信道在时间上互相正交，在频率上互相重叠。采用这种方式，OFDM系统比FDM节省很多的带宽。
- ◆ OFDM技术的主要思想是将指配的信道分成许多正交子信道，在每个子信道上进行窄带调制和传输，信号带宽小于信道的相关带宽。OFDM单个用户的信息流经串 / 并转化为多个低速率码流（100Hz ~ 50kHz），每个码流用一个载波发送。

7.3 正交频分复用OFDM



- 设在一个子信道中，子载波的频率为、码元持续时间为，则此码元的波形和其频谱密度画出如图



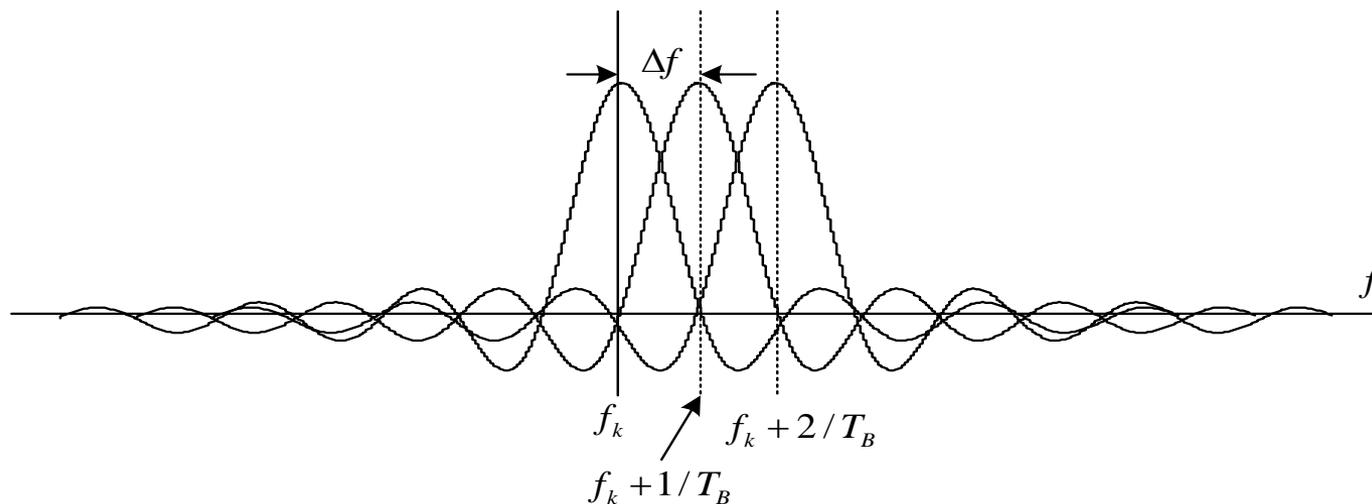
7.3 正交频分复用OFDM



- 在OFDM中，各相邻子载波的频率间隔等于最小容许间隔

$$\Delta f = 1/T_B$$

故各子载波合成后的频谱密度曲线如图所示



虽然由图上看，各路子载波的频谱重叠，但是实际上在一个码元持续时间内它们是相互正交的。故在接收端很容易利用此正交特性将各路子载波分离开。采用这样密集的子载频，并且在子信道间不需要保护频带间隔，因此能够充分利用频带，这是OFDM的一大优点。

7.3 正交频分复用OFDM



在子载波受调制后，若采用的是BPSK、QPSK、QAM等调幅、调相方式，则各路频谱的位置和形状没有改变，仅幅度和相位有变化，故仍保持其正交性，因和取任意值将不会影响其正交性。各路子载波的调制制度可以不同，按照各个子载波所处频段的信道特性采用不同的调制，并且可以随信道特性的变化而改变，具有很大的灵活性。这是OFDM体制的另一个重要优点。

7.3 正交频分复用OFDM



● OFDM体制的频带利用率

设一OFDM系统中共有N路子载波，子信道码元持续时间为 T_B ，每路子载波均采用M进制的调制，则它占用的频带宽度等于

$$B_{\text{OFDM}} = \frac{N+1}{T_B} \quad (\text{HZ})$$

频带利用率为单位带宽传输的比特率：

$$\eta_{B/\text{OFDM}} = \frac{N \log_2 M}{T_B} \cdot \frac{1}{B_{\text{OFDM}}} = \frac{N}{N+1} \log_2 M$$

当N很大时， $\eta_{B/\text{OFDM}} \approx \log_2 M$

若用单个载波的M进制码元传输，为得到相同的传输速率，则码元持续时间应缩短为 $\frac{T_B}{2N}$ ，而占用带宽等于 $2N$ ，故频带利用率为

$$\eta_{B/M} = \frac{N \log_2 M}{T_B} \cdot \frac{T_B}{2N} = \frac{1}{2} \log_2 M$$

➤ OFDM和单载波体制相比，频带利用率大约增至两倍。



□ 7.3.2 OFDM信号调制与解调

● IDFT和DFT

设一个时间信号 $s(t)$ 的抽样函数为 $s(k)$ ，其中 $k = 0, 1, 2, \dots, K-1$ ，则 $s(k)$ 的离散傅里叶变换(DFT)定义为：

$$S(n) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{k=0}^{K-1} s(k) e^{-j(2\pi/K)nk} \quad (n = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

并且 $S(n)$ 的逆离散傅里叶变换(IDFT)为：

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} S(n) e^{j(2\pi/K)nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

若信号的抽样函数 $s(k)$ 是实函数，则其 K 点DFT的值 $S(n)$ 一定满足对称性条件：

$$S(K-k-1) = S^*(k) \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

式中 $S^*(k)$ 是 $S(k)$ 的复共轭。

7.3 正交频分复用OFDM



现在，令OFDM信号的 $\phi_k=0$ ，则式

$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{B}_k e^{j2\pi f_k t + \phi_k}$$

变为

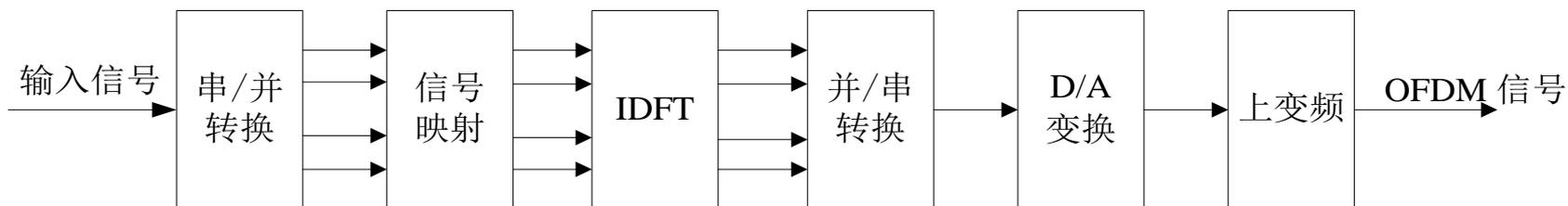
$$s(t) = \sum_{k=0}^{N-1} \mathbf{B}_k e^{j2\pi f_k t}$$

- 上式和IDFT式非常相似。若暂时不考虑两式常数因子的差异以及求和项数(K 和 N)的不同，则可以将IDFT式中的 K 个离散值 $S(n)$ 当作是 K 路OFDM并行信号的子信道中信号码元取值 \mathbf{B}_k ，而IDFT式的左端就相当上式左端的OFDM信号 $s(t)$ 。这就是说，可以用计算IDFT的方法来获得OFDM信号。

7.3 正交频分复用OFDM



● OFDM信号调制原理图



图中输入信息速率为 R_b 的二进制数据序列先进行串 / 并转换。根据OFDM符号间隔 T_s ，将其分成 $c_t = R_b T_s$ 个比特一组。这 c_t 个比特被分配到 N 个子信道上，经过信号映射为 N 个复数子符号 B_k

7.3 正交频分复用OFDM



- 为了用IDFT实现OFDM，首先令OFDM最低子载波频率等于0，以满足式

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{S}(n) e^{j(2\pi/K)nk}$$

右端第一项（即 $n=0$ 时）的指数因子等于1。为了得到所需的已调信号最终频率位置，可以用上变频的方法将所得的OFDM信号的频谱向上搬移到指定的高频上。

7.3 正交频分复用OFDM



- 然后，我们令 $K=2N$ ，是IDFT的项数等于信道数目 N 的2倍，并用式对称性条件：

$$\mathbf{S}(K-k-1) = \mathbf{S}^*(k)$$

由 N 个并行复数码元序列 $\{\mathbf{B}_i\}$ ，(其中 $i = 0, 1, 2, \dots, N-1$)，生成 $K=2N$ 个等效的复数码元序列 $\{\mathbf{B}_n\}$ ，(其中 $n = 0, 1, 2, \dots, 2N-1$)，这样将生成的新码元序列 $\{\mathbf{B}_n\}$ 作为 $\mathbf{S}(n)$ ，代入IDFT公式，得到

$$s(k) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}'_n e^{j(2\pi/K)nk} \quad (k = 0, 1, 2, \dots, K-1)$$

式中， $s(k) = s(kT_f / K)$

它相当于OFDM信号 $s(t)$ 的抽样值。故 $s(t)$ 可以表示为

$$s(t) = \frac{1}{\sqrt{K}} \sum_{n=0}^{K-1} \mathbf{B}'_n e^{j(2\pi/T_f)nt}$$

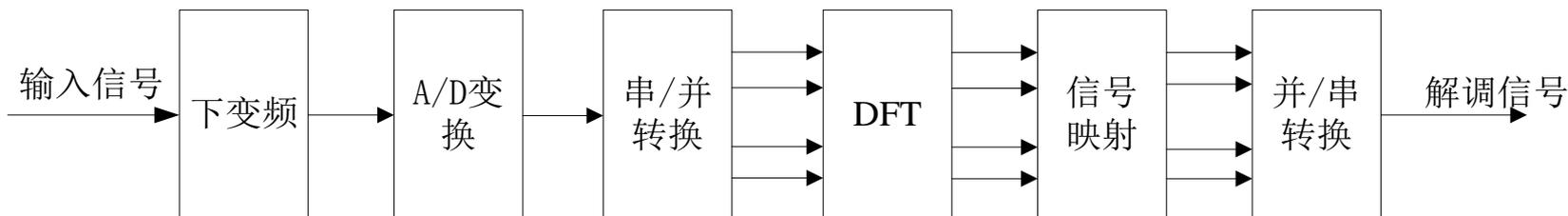
子载波频率 $f_k = n/T_f$ ， $(n = 0, 1, 2, \dots, N-1)$ 。
($0 \leq t \leq T_f$)

离散抽样信号 $s(k)$ 经过D/A变换后就得到上式的OFDM信号 $s(t)$

7.3 正交频分复用OFDM



● OFDM信号的解调原理图



它是调制的逆过程，接收端输入的OFDM信号首先经过下变频变换到基带，然后经过A/D变换、串/并转换的信号去除循环前缀，接着对其进行 $2N$ 点的离散傅里叶变换（DFT）得到一帧数据，最后经过信号映射、并/串转换恢复出发送的二进制数据序列。

7.3 正交频分复用OFDM



- 在OFDM系统的实际运用中，可以采用更加方便快捷的IFFT/FFT。N点的IDFT运算需要实施 N^2 次的复数乘法，而IFFT可以显著地降低运算的复杂度。对于常用的基2 IFFT算法来说，其复数乘法次数仅为 $(N/2)\log_2(N)$ ，但是随着子载波个数N的增加，这种方法的复杂度也会显著增加。对于子载波数量非常大的OFDM系统来说，可以进一步采用基4 IFFT算法来实施傅里叶变换。



□ 7.4.1 概述

- **定义：** 具有类似于随机噪声的某些统计特性，同时又能够重复产生的序列。
- **优点：** 由于它具有随机噪声的优点，同时又避免了随机噪声的缺点，因此获得日益广泛的应用。
- **应用：** 扩频通信、测距、导航、多址、保密编码和抗干扰系统、数字通信中的同步等等。

□ 7.4.2 m序列

- **定义：** 由有限长度的线性反馈移位寄存器产生的周期最长的移位寄存器序列称为最大长度的**线性反馈移位寄存器**序列，简称**m序列**

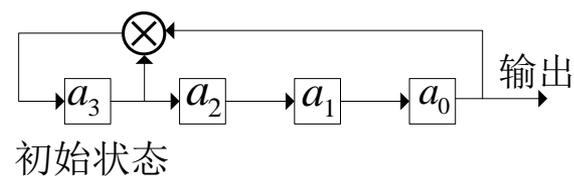
7.4 伪随机序列



【例】如图，一个4级移位反馈寄存器。

假定初始状态为 $(a_3, a_2, a_1, a_0) = (1, 0, 0, 0)$ ，在时钟频率下，每次移位一次。由于反馈线的存在，使得移位寄存器的输入为 $a_4 = a_3 \oplus a_0 = 1 \oplus 0 = 1$ ，新的移位寄存器状态为 $(a_4, a_3, a_2, a_1) = (1, 1, 0, 0)$ 。依此类推，得到的移位寄存器的输出序列和状态变化。

- 由图中可见，经过15次移位后，寄存器的状态回复到初始状 $(1, 0, 0, 0)$ 。若初始状态为全零，即 $(0, 0, 0, 0)$ ，则移位后得到的仍为全零状态。应该避免出现全零状态。



初始状态

1	0	0	0
1	1	0	0
1	1	1	0
1	1	1	1
0	1	1	1
1	0	1	1
0	1	0	1
1	0	1	0
1	1	0	1
0	1	1	0
0	0	1	1
1	0	0	1
0	1	0	0
0	0	1	0
0	0	0	1
...
1	0	0	0

} $2^4 - 1 = 15$ (个)

7.4 伪随机序列



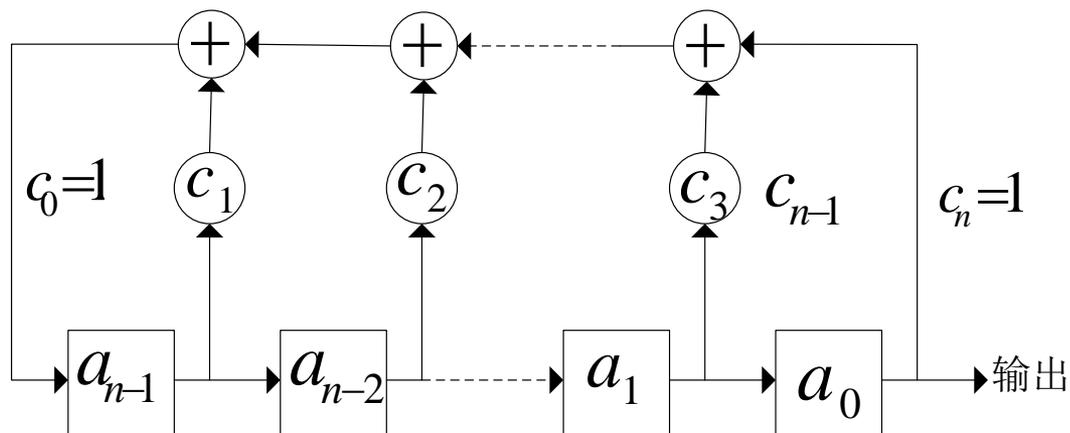
- 根据上例，考虑到4级移位寄存器共有 $2^4=16$ 种可能状态，除去一个全零状态，则只有15种状态可用，因此，任何4级线性移存器产生的移存器序列的最长周期为15。

一个n级的线性移存器可能产生的最长周期为 2^n-1 。给定一个n级的移存器，能否产生周期最长的移存器序列，与反馈线的抽头系数 $\{c_i\}$ 的位置有关。

7.4 伪随机序列



● 线性反馈移寄存器的一般组成原理图



➤图中第 i 级的移寄存器状态用 a_i 表示， $a_i=0$ 或 1 ， i 为整数。反馈线的连接状态用 c_i 表示， $c_i=1$ 表示此线连接（参与反馈）， $c_i=0$ ，表示此线断开。当反馈线位置不同时，可以改变移寄存器序列的周期长度。



- 特征方程

反馈线抽头系数 $\{c_i\}$ 确定了移位寄存器的反馈连接结构和输出序列，故 $\{c_i\}$ 是一个十分重要的参数，将它用特征方程描述为

$$f(x) = c_0 + c_1x + c_2x^2 + \dots + c_nx^n = \sum_{i=0}^n c_i x^i$$

式中， x^i 本身没有实际意义，仅仅表明抽头系数 c_i 的位置。

【例】若特征方程为

$$f(x) = 1 + x + x^4$$

它仅表示 x_0 ， x_1 和 x_4 的系数 $c_0 = c_1 = c_4 = 1$ ，其余的 c_i 为0，即 $c_2 = c_3 = 0$ 。按照这一特征方程构成的反馈移存器就是上例图中所示的。



- 本原多项式

定义：若一个 n 次多项式 $f(x)$ 满足下列条件: 葛

(1) $f(x)$ 为既约多项式(即不能分解因式的多项式); 葛

(2) $f(x)$ 可整除 (x^m+1) , $m=2^n-1$; 葛

(3) $f(x)$ 除不尽 (x^q+1) , $q < m$ 。 灌

则称 $f(x)$ 为本原多项式。

- 代数理论分析表明，线性反馈移存器能产生最大长度的移位寄存器序列的充分必要条件为反馈移位寄存器的特征多项式 $f(x)$ 为本原多项式。

7.4 伪随机序列



【例】要求用一个4级反馈移位寄存器产生m序列。试求其特征方程 $f(x)$ 。

解：因为 $m=4$ ，所以，反馈移存器产生的m序列的周期为 $m=2^4-1=15$ 。特征方程 $f(x)$ 应该是 $(x^{15}+1)$ 的一个4次本原多项式因子，故将 $(x^{15}+1)$ 因式分解

$$(x^{15} + 1) = (x^4 + x + 1)(x^4 + x^3 + 1)(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x^2 + x + 1)(x + 1)$$

$(x^{15}+1)$ 可以分解为5个既约因子，其中3个是4次多项式。

$$\text{因为 } (x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)(x + 1) = (x^5 + 1)$$

即 $(x^4 + x^3 + x^2 + x + 1)$ 不仅可以整除 $(x^{15}+1)$ ，而且还可以整除 (x^5+1) ，所以它不是本原多项式。

➤ 得到两个4次的本原多项式： $(x^4 + x + 1)$ 和 $(x^4 + x^3 + 1)$ 。由其中任何一个都可以产生 $m=15$ 的m序列

7.4 伪随机序列



● 常用本原多项式表

n	本原多项式		n	本原多项式	
	代数式	8进制表示法		代数式	8进制表示法
2	$x^2 + x + 1$	7	14	$x^{14} + x^{10} + x^6 + x + 1$	42103
3	$x^3 + x + 1$	13	15	$x^{15} + x + 1$	100003
4	$x^4 + x + 1$	23	16	$x^{16} + x^{12} + x^3 + x + 1$	210013
5	$x^5 + x^2 + 1$	45	17	$x^{17} + x^3 + 1$	400011
6	$x^6 + x + 1$	103	18	$x^{18} + x^7 + 1$	1000201
7	$x^7 + x^3 + 1$	211	19	$x^{19} + x^5 + x^2 + x + 1$	2000047
8	$x^8 + x^4 + x^3 + x^2 + 1$	435	20	$x^{20} + x^3 + 1$	4000011
9	$x^9 + x^4 + 1$	1021	21	$x^{21} + x^2 + 1$	10000005
10	$x^{10} + x^3 + 1$	2011	22	$x^{22} + x + 1$	20000003
11	$x^{11} + x^2 + 1$	4005	23	$x^{23} + x^5 + 1$	40000041
12	$x^{12} + x^6 + x^4 + x + 1$	10123	24	$x^{24} + x^7 + x^2 + x + 1$	100000207
13	$x^{13} + x^4 + x^3 + x + 1$	20033	25	$x^{25} + x^3 + 1$	200000011

7.4 伪随机序列



➤为了使 m 序列发生器尽可能简单，希望用项数最少的那些本原多项式。由表中可见，本原多项式最少有三项。因为本原多项式的逆多项式也是本原多项式，例如， $(x^4 + x + 1)$ 和 $(x^4 + x^3 + 1)$ 互为逆多项式，10011与11001互为逆码。所以，表中的每一个多项式均可以组成两个 m 序列发生器。



□ m序列的性质

● 均衡性

在m序列的一个周期中，1码元和0码元的数目基本相等。准确地说，1码元的数目比0码元的数目多一个。

● 游程分布特性

一个序列中连续相同的元素称为一个游程。一个游程中元素的个数称为游程的长度。例如在第一个例子中的m序列一个周期可以重写为

1 000 1111 0 1 0 11 00

共有八个游程，仔细分析其中的游程分布特性发现：

长度为4的游程：1111 一个

长度为3的游程：000 一个

长度为2的游程：11, 00 两个

长度为1的游程：1, 0, 1, 0 四个



➤ 一般说来，在m序列中，长度为1的游程占游程总数的1/2；长度为2的游程占游程总数的1/4；长度为3的游程占游程总数的1/8；以此类推，长度为k的游程占游程总数的 $1/2^k$ ；而且在长度为k的游程中，连1游程与连0游程个数相等。

● 移位相加特性

一个m序列，它经过任意次延迟移位后为 M_p ， M_p 与 M_r 对应位模2相加后得到另一个不同的m序列，即 M_s

$$M_p \oplus M_r = M_s$$

则 M_s 仍为 M_p 经过某次延迟移位后产生的m序列。

7.4 伪随机序列



- 自相关函数

根据周期信号 $s(t)$ 的自相关函数定义

$$R(\tau) = \frac{1}{T_0} \int_{-\frac{T_0}{2}}^{\frac{T_0}{2}} s(t)s(t+\tau)dt$$

式中， T_0 为 $s(t)$ 的周期。

对于取值为1和0的二进制序列，自相关函数为

$$R(j) = \sum_{i=1}^N a_i a_{i+j}$$

其相关系数为

$$\rho(j) = \frac{\sum_{i=1}^N a_i a_{i+j}}{N} = \frac{A-D}{N}$$

A为序列 $\{a_n\}$ 与移位序列 $\{a_{n+j}\}$ 在一个周期中对应位元素相同的数目；D为序列 $\{a_n\}$ 与移位序列 $\{a_{n+j}\}$ 在一个周期中对应位元素不相同的数目；N为序列 $\{a_n\}$ 的周期。

7.4 伪随机序列



上式还可以改写成如下形式：

$$\rho(j) = \frac{1}{N} \left[(a_i \oplus a_{i+j} = 0 \text{ 的个数}) - (a_i \oplus a_{i+j} = 1 \text{ 的个数}) \right]$$

由m序列的移位相加特性可知，序列 $\{a_n\}$ 与移位序列 $\{a_{n+j}\}$ 相加后，仍然为m序列。只不过初始相位不相同。故上式的分子仍然为一个周期为N的m序列。因此，上式分子就等于m序列一个周期中0的个数与1的个数之差。由均衡性可知1比0的个数多一个，所以有

$$\rho(j) = -\frac{1}{N}, \quad j=1, 2, 3, \dots, m-1$$

当 $j=0$ 时，显然 $\rho(0) = 1$ 。所以m序列的自相关函数为：

$$\rho(j) = \begin{cases} 1, & j=0 \\ -1/N, & j \neq 0 \end{cases}$$

- m序列的自相关函数只有两种取值，称为双值自相关序列，由于m序列有周期性，故其自相关函数也是周期性的，周期与序列周期相同，且为偶函数，则有 $\rho(j-kN) = \rho(j)$ ， $\rho(j) = \rho(-j)$ 。

7.4 伪随机序列

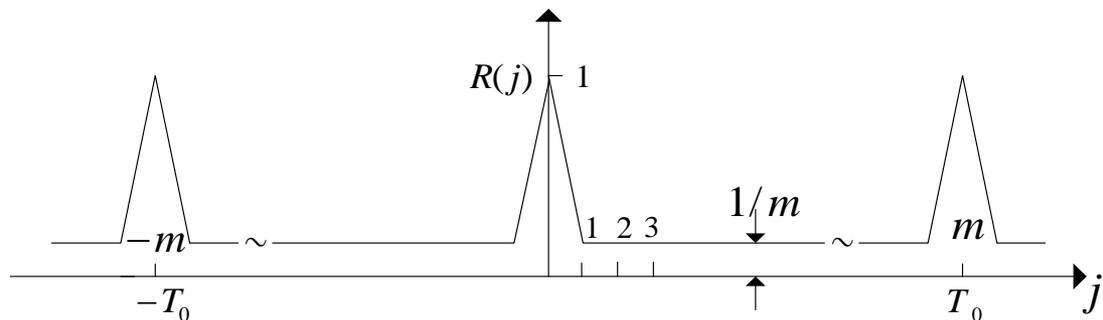


上面数字序列的自相关函数 $\rho(j)$ 只定义在离散的点上 (j 只取整数)。根据上述对应序列的时间波形, 可求出m序列的波形自相关函数

$$R(\tau) = \begin{cases} 1 - \frac{N+1}{NT_c}|\tau|, & |\tau| \leq T_c \\ -\frac{1}{N}, & \text{其他} \end{cases}$$

其中, $T_c = T_0/N$ 称为码片。

► m序列的自相关函数波形图



当周期 $T_0 = NT_c$ 很长, 以及码片宽度 T_c 很小时, $R(\tau)$ 近似于白噪声的自相关函数 $\delta(t)$ 。

7.4 伪随机序列

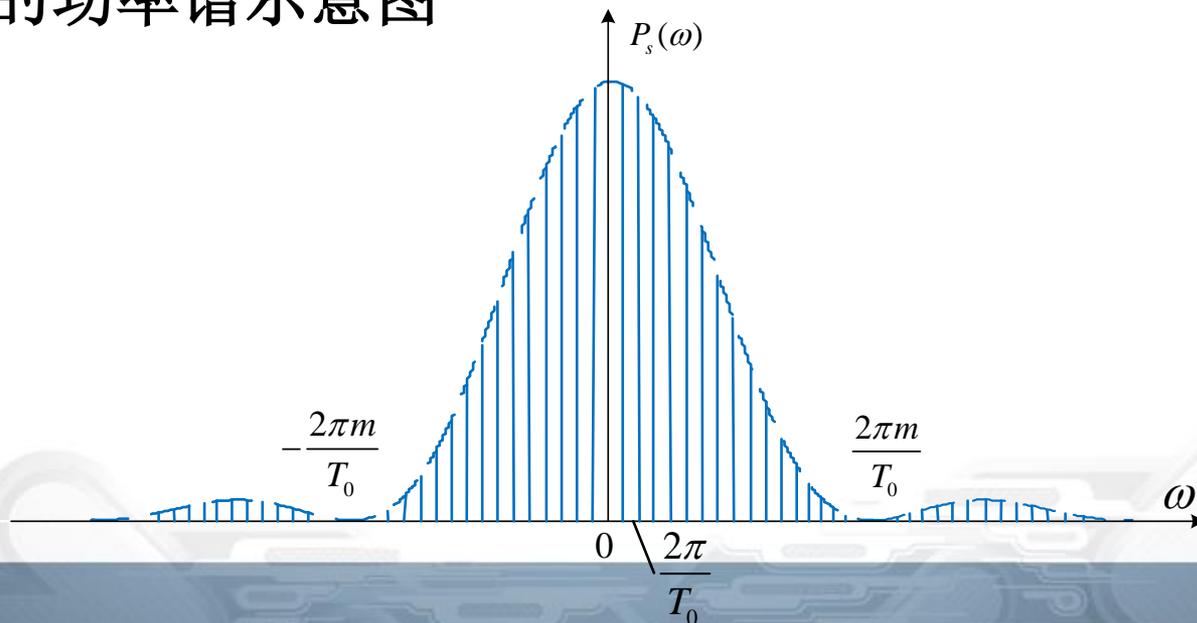


● m序列的功率谱

信号的功率谱与自相关函数是一对傅里叶变换对。由于m序列的自相关函数是周期性的，则对应的频谱为离散谱，自相关函数的波形是三角波形，对应的离散谱的包络为 $Sa^2(x)$ 。由此可得m序列的功率谱为

$$P(\omega) = \frac{1}{N^2} \delta(\omega) + \frac{1+N}{N^2} Sa^2\left(\frac{T_c}{2N} \omega\right) \sum_{\substack{n=-\infty \\ n \neq 0}}^{\infty} \delta\left(\omega - \frac{2\pi n}{NT_c}\right)$$

➤ m序列的功率谱示意图



7.4 伪随机序列



由功率谱图可知：

- ① m序列的功率谱为离散谱，谱线间隔 $\omega_1 = \frac{2\pi}{NT_c}$ 。
- ② 功率谱密度的包络为 $Sa^2\left(\frac{T_c}{2N}w\right)$ ，每个分量的功率与周期 N 成反比。
- ③ 频谱带宽由码片宽度确定，码片越窄，即 T_c 越小，频谱越宽。第一零点出现在 $\frac{2\pi}{T_c}$ 。
- ④ 增加 m 序列的长度 N，减小码片宽度，将使谱线变密，谱密度降低，更接近理想白噪声。

7.4 伪随机序列



● 伪噪声特性

如果对正态分布的白噪声抽样，若抽样值为正，记为“+”，若抽样值为负，记为“-”，则将每次抽样值排成序列，可以写为

...+ - + + - - - + + - + - - ...

➤ 白噪声抽样所得的随机序列具有以下基本性质：

① 序列中的“+”和“-”出现的概率相等。

② 序列中长度为1的游程数占总游程数的1/2；长度为2的游程数占总游程数的1/4；长度为3的游程数占总游程数的1/8；... 一般说来，长度为k的游程数约占总游程数的1/2^k，而且在长度为k的游程中，“+”游程和“-”游程各占一半。

③ 白噪声的功率谱为常数，自相关函数为冲激函数 $\delta(t)$ ，且满足

$$\delta(\tau) = \begin{cases} 1, & \tau = 0 \\ 0, & \text{else } \tau \end{cases}$$

7.4 伪随机序列



- 由于m序列的均衡性、游程分布特性，自相关特性和功率谱与上述随机序列的基本性质很相似，所以称m序列为伪随机序列。用m序列作为扩频序列，具有良好的自相关性，当m序列的周期趋于无穷时、互相关性趋于0，故又称为准正交码。



□ 7.5.3 Gold序列

- **m序列的缺点：** m序列的周期受到了限制，只能为 (2^n-1) 。当n较大时，相邻周期相距较远，有时不能从m序列得到所需周期的伪随机序列。另外一些伪随机序列的周期所必须满足的条件与m序列的不同，或者即使周期相同，其结构也不一定相同。

- **优选对**

如果两个m序列，它们的互相关函数的绝对值有界，且满足以下条件

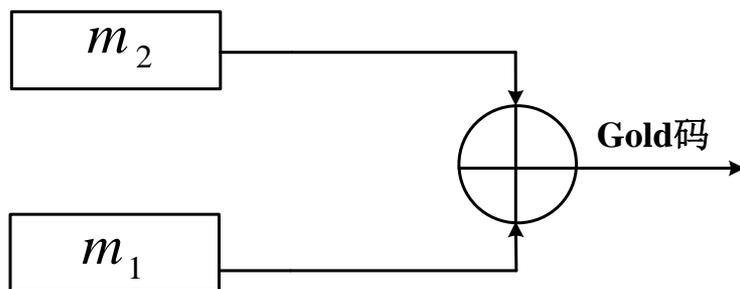
$$R_{ab}(\tau) \leq \begin{cases} 2^{\frac{n+1}{2}} + 1, & n \text{为奇数} \\ 2^{\frac{n+2}{2}} + 1, & n \text{为偶数, 但不能被4整除} \end{cases}$$

则称这一对m序列为优选对。

7.4 伪随机序列



- 具体来讲，设序列{a}是对应于n阶的本原多项式 $f(x)$ 产生的m序列；序列{b}是对应于n阶的本原多项式 $g(x)$ 产生的m序列；若它们的互相关函数值满足上式的不等式，则 $f(x)$ 和 $g(x)$ 产生的m序列{a}和{b}构成一对优选对。
- Gold序列的产生



如图所示，Gold码是m序列的组合码，它由两个长度相同、速率相同，但码字不同的m序列优选对经模2加之后得到。

- Gold码具有良好的自相关及互相关特性，且码集远远大于m序列。一对m序列优选对可以产生 2^n+1 个Gold码组。Gold码发生器结构简单，易于实现，在工程中得到广泛应用。

7.4 伪随机序列



● Gold码集

设序列 $\{a\}$ 与序列 $\{b\}$ 为一对 m 序列优选对，以 $\{a\}$ 为基准序列，对 $\{b\}$ 序列进行移位，得到 $\{b_i\}$ ，然后与 $\{a\}$ 序列模2相加得到一组新的长度为 N 的序列集 $\{c_i\}$ 。

$$\{c_i\} = \{a\} + \{b_i\}, \quad i = 0, 1, 2, \dots, N-1$$

对于不同的 i ，得到不同的Gold序列，共有 2^n-1 个序列，加上序列 $\{a\}$ 与序列 $\{b\}$ ，总共有 2^n+1 个序列，把这 2^n+1 个序列组成的码集，称为Gold码集。

7.4 伪随机序列



● Gold码的性质

①Gold序列的自相关特性和互相关特性满足优选对条件，其旁瓣的最大值不超过下式的计算值。

$$R_{ab}(\tau) \leq \begin{cases} 2^{\frac{n+1}{2}} + 1, & n \text{为奇数} \\ 2^{\frac{n+2}{2}} + 1, & n \text{为偶数, 但不能被4整除} \end{cases}$$

①两个m序列优选对不同移位相加产生的新序列都是Gold序列。因为总共有 $2n-1$ 个不同的相对位移，加上原来的两个m序列本身，所以，两个m级移位寄存器可以产生 $2n+1$ 个Gold序列。因此，Gold序列的序列数比m序列数多得多。

➤ 由于Gold码的这些性质，使得Gold码集中任一码序列均可作为扩频地址码，这样大大地超出了m序列码的数量，因此，Gold码在多址扩频



□ 7.5.1 概述

- **分类:** 直接序列扩频DS、跳频扩频FH、跳时扩频TH、宽带线性调频Chirp。此外，还有这些扩频方式的组合方式，如FH/DS、TH/DS、FH/TH等。在通信中应用较多的主要是DS、FH和FH/DS。
- **扩频通信的基本思想和理论依据**

根据香农（C. E. Shannon）总结出的信道容量公式，即香农公式： $C = B \times \log_2(1 + S / N)$

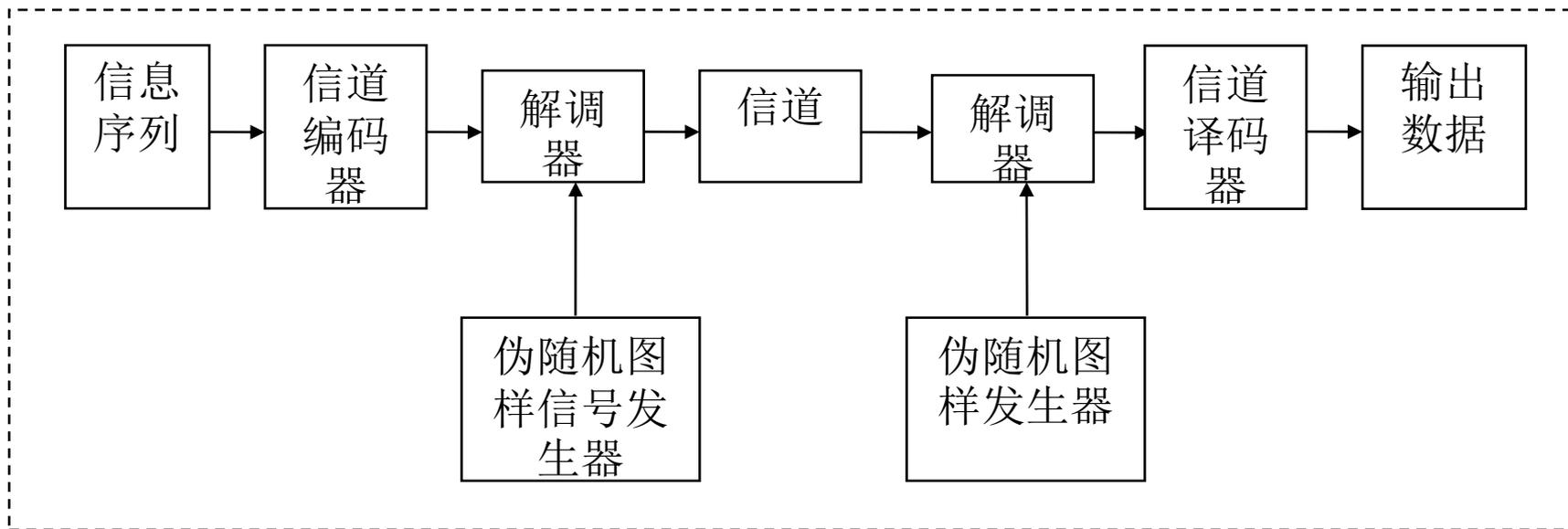
式中，C是信道容量，即最大信息传输速率，S是有用信号功率，B是频带宽度，N是噪声功率。

可以看出当信号的传输速率C一定时，信号带宽B和信噪比S/N是可以互换的，即增加信号带宽可以降低对信噪比的要求，有用信号功率接近噪声功率甚至淹没在噪声之下也是可能的。扩频通信就是用宽带传输技术来换取对信噪比的低要求。

7.5 扩频通信



● 扩频数字通信系统基本框图



扩频系统使用了两个完全相同的伪随机信号发生器，两个发生器均产生伪随机序列或者称为伪噪声二进制序列（PN序列），在调制时用来扩展发送信号的频谱，在解调时对接收信号的频谱进行解扩。一般伪随机码的速率是Mb/s的数量级，有的甚至达到几百Mb/s以上，而待传信息流经编码后码速较低，如数字语音仅32~64kb/s，因此扩频后频谱得以大大展宽。



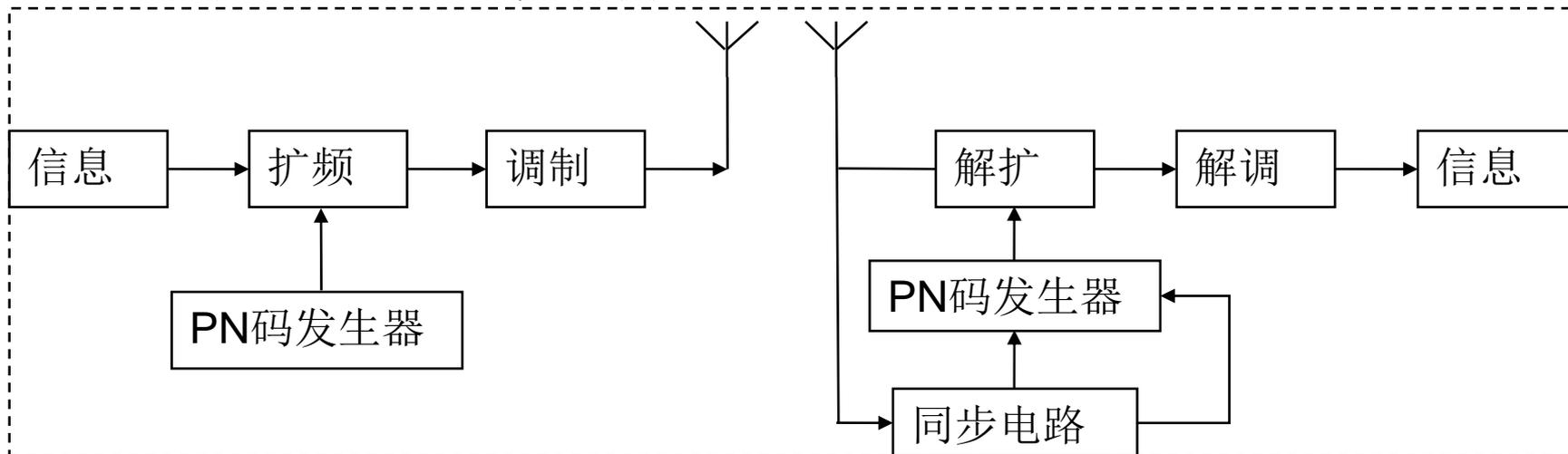
□ 7.5.2 扩频通信特点

- ◆ 很强的抗干扰能力
- ◆ 可进行多址通信
- ◆ 安全保密
- ◆ 抗多径衰落
- ◆ 具有低功率密度谱的特点
- ◆ 适合数字话音和数据传输



□ 7.5.3 直接序列扩频 (DS扩频)

● 直序扩频系统基本结构



- DS (Direct Sequence Spread Spectrum) 系统是最典型的扩展频谱通信系统，它直接在发送端使用扩频序列进行扩频，这种方式运用最为普遍。其组成由发射机和接收机两部分组成。



- **发送端：**发射机输入信息数据，被扩频序列扩频后形成高速数字序列。

扩频的方式有很多，例如，输入信息信号与扩频序列进行相乘、模2加等，也可采用发送信息与伪随机序列的循环移位状态一一对应的方式进行扩频。扩频后的信号通过载波调制器调制到载波信号上。最常用的是采用**BPSK**

（**2PSK**）调制方式，它的调制、解调设备相对简单，对采用长扩频码的系统较为适用。完成载波调制和扩频后，形成频谱较宽的扩频信号，经宽带放大后进行发射。



- **接收端：**根据发送端采用的调制方式不同，接收端的解调方式也有所不同。要实现正确的解扩，必须保证接收机的参考扩频序列与发送端扩频序列相同且同相，因此，扩频序列的同步捕捉与跟踪电路是扩频系统接收机的重要组成部分。

接收端接收到扩频信号，经前置放大后再经如下电路处理，即扩频序列同步捕捉电路、扩频序列同步跟踪电路、载波同步跟踪（对相关解调的系统，不需要载波同步）及数据调整电路，分别完成扩频序列同步捕捉与跟踪、载波同步、数据解调。

- **扩频序列的捕捉**是指接收机在开始接收发送来的扩频信号时，调整和选择接收机的本地扩频序列相位，使它与发送过来的扩频序列相位保持一致。



- 假设直序扩频使用伪随机码（PN Code）对信息比特进行模2加得到扩频序列，然后用扩频序列去调制载波发射。

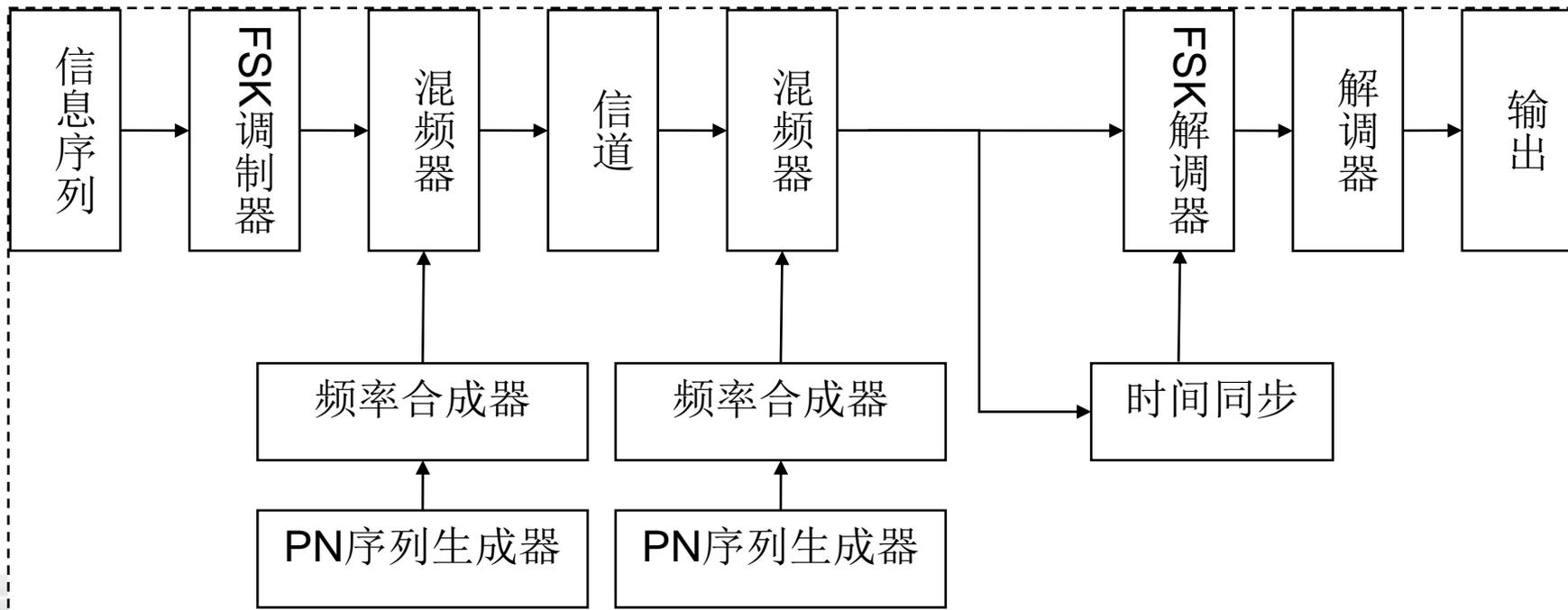
用11位码长的扩频码来说，直接序列扩频与解扩的过程简单说就是，如果采用的信源发出“1”，则扩频调制为一个序列单元，如“11100010010”；信源发出“0”，则扩频调制为一个反相的序列单元，如与上面对应的反相序列“00011101101”。在接收端，收到序列“11100010010”则恢复为“1”，收到序列“00011101101”则恢复为“0”。

7.5 扩频通信



□ 7.5.4 跳频扩频 (FH扩频)

- 定义：FH扩频是指用扩频码序列去进行频移键控调制，使载波频率不断地跳变，所以称为跳频。
- 跳频扩频的基本特征：通信信号的载频在预定的频率集上改变或者跳转。
- 跳频扩频系统框图





- **发送端：**调制方式可以为二进制2FSK或M进制MFSK。例如，如果采用2FSK，调制器选择两个频率中的一个，设为 f_0 或 f_1 ，对应于待传输的信号0或1。得到的2FSK信号是由PN生成器输出序列的输出决定的频率平移量，选择一个由频率合成器合成的频率 f_c ，与2FSK调制器的输出进行混频，再将混频后的信号由信道发送。例如PN序列发生器输出 m 个比特，可用来确定 2^m-1 种可能的载波频率。



- **接收端:**有一个与发送端相同的**PN**序列生成器，与接收信号同步，并用来控制频率合成器的输出。因此，发射机中引入的伪随机频率平移，在接收器端通过合成器的输出与接收的信号混频，而将其去除。随后，得到的信号再经过**FSK**解调器解调就能恢复出原始信号，**PN**发生器与**FH**接收信号的同步信号通常从接收信号中提取。虽然二进制**PSK**调制的性能一般比二进制**FSK**好，然而在合成跳频图样中所使用的频率很难保持相位相干。当信号通过信道传播时，要使一个信号在较宽的频带上从一个频率跳到另一个频率，同样也很难保持相位相干。所以，在**FH**扩频系统中，经常采用**FSK**调制和非相干解调。

7.5 扩频通信



- **伪随机序列PN部分工作原理：**跳频扩频通常与多进制移频键控（MFSK）联合使用，有 $k=\log_2 M$ 个信息比特决定发送信号的频率。数据码元调制的是一个频率伪随机变化的载波。在每一个跳变时间内，PN序列生成器将一个频率字（L个码片的序列）送入频率合成器，用以表示 $2L$ 个码元集中的某一个。跳频带宽 W_s 、连续跳变之间的最小频隙 Δf 共同决定了频率字中需要的最小码片数。对于一个给定的跳变，传输占用的带宽与常规MFSK是相等的，通常远小于 W_s 。但考虑多次跳频的总带宽，FH/MFSK将占据整个扩频带宽。跳频扩频的带宽可以达到数兆赫兹，远远高于直接序列扩频系统所能达到的带宽。

接收端的处理步骤与发送端相反，接收信号首先与伪随机的跳频序列混频进行跳频解调（即解跳），再通过一组M个非相干检测器确定最相似的发送符号。

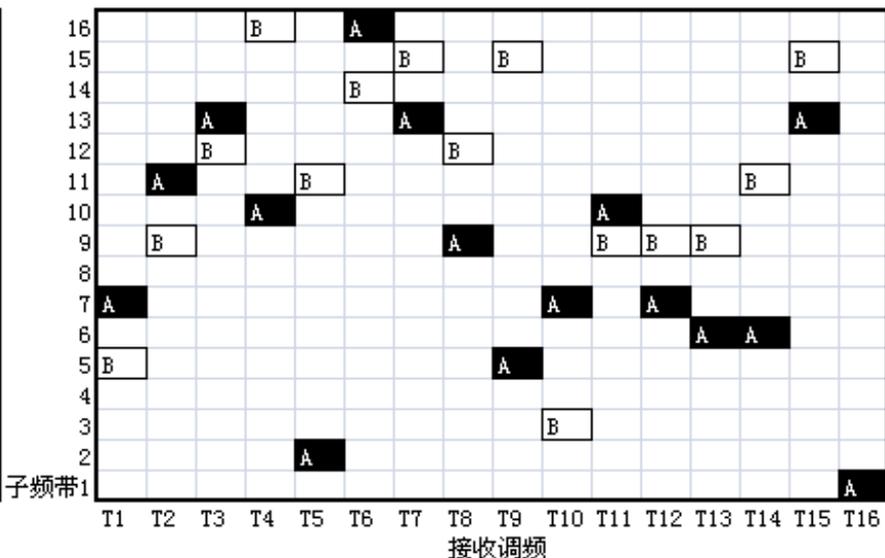
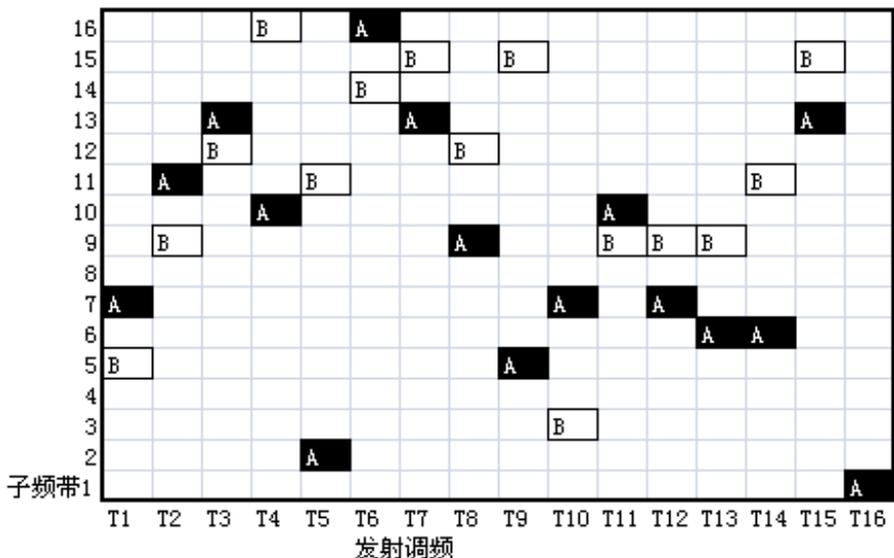


- 跳频扩频信号可以在多用户共享公共带宽的CDMA系统中使用。在有些情况中，因为直接序列扩频信号对同步的要求很严格，这时跳频信号就优于直接序列扩频信号。特别地，直接序列扩频系统的定时和同步必须在一个码片间隔 $T_c=1/W$ 的几分之一时间内建立。而在FH系统中，码片间隔 T_c 是在带宽 $B \ll W$ 的特定频率间隔内发送信号所用的时间，该间隔近似为 $1/B$ ，远大于 $1/W$ 。因此，FH系统的定时要求远不如直接序列系统严格。

7.5 扩频通信



● 收发双方同步跳频示意图



➤当通信收发双方的跳频图案完全一致时，就可以建立跳频通信了。如图所示，当收发信双方时频域上的跳额图案完全重合，就表示收发双方能够同步跳频，实现正常通信。

7.5 扩频通信



- 一般来讲，跳频带宽和可供跳变的频率（频道）数目都是预先定好的，所以可能变化的就是跳频驻留时间和与各个时间段相对应的频率。比如说，跳频带宽为5MHz，频道间隔是25kHz，跳频频率数目为64个。这样，在5MHz带宽内可供选用的频道数（ $5\text{MHz}/25\text{kHz}=200$ ）远大于64个，64个频率选择依据跳频频率表。跳频频率的制定应以电波传播条件、电磁环境条件以及可能的干扰条件等因素为依据。可能制定一张，也可能制定要制定数张。针对一张确定的跳频频率表，又怎样在这些频率中做到伪随机地跳频呢？这就涉及到跳频图案的选择问题。当跳频信号发生器采用的是伪码序列发生器时，跳频图案的性质主要依赖于伪码的性质，此时，选择好的伪码序列成为获得好的跳频图案的关键。

7.6 小结



1. QAM是一种振幅和相位联合键控，属于不恒定包络调制，宽带占用小，比特信噪比要求低，特别适合用于频带资源有限的场合。
2. MSK和GMSK都属于改进型的FSK体制。是恒定包络相位连续的频率调制，并能够以最小的调制系数获得正交信号。此外，GMSK信号的功率谱密度比MSK信号更为集中，以其良好的性能被泛欧数字蜂窝移动通信系统（GMS）所采用。

3. MSK信号的表达式： $s_{MSK}(t) = \cos(\omega_c t + \frac{a_k \pi}{2T_B} + \varphi_k)$ ， $(k-1)T_B < t \leq kT_B$ ；

中心频率 f_c 应选为 $f_c = \frac{n}{4T_B}$ ($n=1,2,\dots$)， f_1 与 f_0 的差等于 $1/2T_B$ 。每

经过一个码元的持续时间，附加相位就改变 $\pm\pi/2$ 。

7.6 小结



4. 用FSK相干解调法在每个码元持续时间内解调MSK信号，则性能比2PSK信号差3dB。用匹配滤波器解调MSK信号，与2PSK误比特率性能一样。但是MSK与2PSK的频谱相比更加紧凑，旁瓣下降也更快，故对于相邻频道的干扰比较小。
5. OFDM信号是一种多频率的频分调制体制，它具有较强的抗多径传播和频率选择性衰落的能力，以及较高的频谱利用率，适应于衰落严重的无线信道。
6. 伪随机序列是一种可以预先确定并可以重复产生和复制，且具有随机统计特性的二进制码序列。伪随机序列具有良好的随机性和接近于白噪声的相关函数，使其易于从信号或干扰中分离出来。伪随机序列的可确定性和可重复性，使其易于实现相关接收或匹配接收，因此有良好的抗干扰性能。伪随机序列的这些特性使得它在伪码测距、导航、遥控遥测、扩频通信、分离多径、数据加扰、信号同步、误码测试等方面得到了广泛的应用。



7. m 序列是最长线性反馈移位寄存器序列的简称。它是由带线性反馈的移存器产生的周期最长序列。递推方程、特征方程和母函数是设计和分析 m 序列产生的三个基本关系式。一个线性反馈移存器能产生 m 序列的充要条件为：反馈移存器的特征方程为本原多项式。
8. 扩展频谱调制是一类宽带调制技术，通信中应用较多的是DS、FH和FH/DS。扩谱调制有许多优点，最主要的是抗干扰能力强和安全保密性好，因此目前应用十分广泛。



第7章 习题课





【7-1】 试证明在等概率出现条件下**16**信号的最大功率和平均功率之比为**1.8**，即**2.55 dB**。

证明：设最大振幅为**3A**，则相邻点的最小距离为 $\sqrt{2}A$

故**16QAM**的最大功率和平均功率之比为：

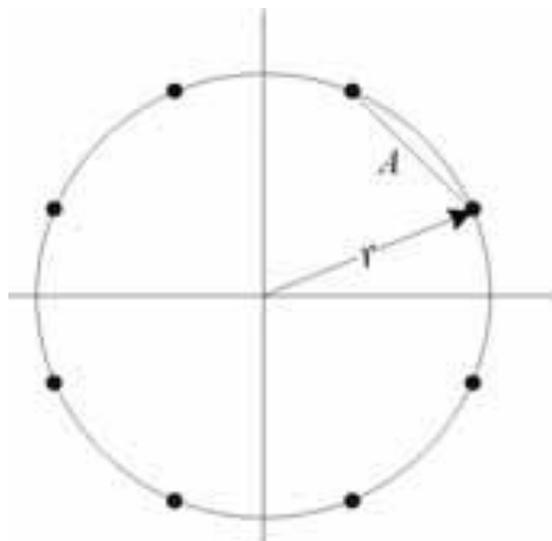
$$\frac{4 \times (3A)^2}{A^2 + (3A)^2 + 2 \times (\sqrt{5}A)^2} = 1.8 = 2.55dB$$

得证。

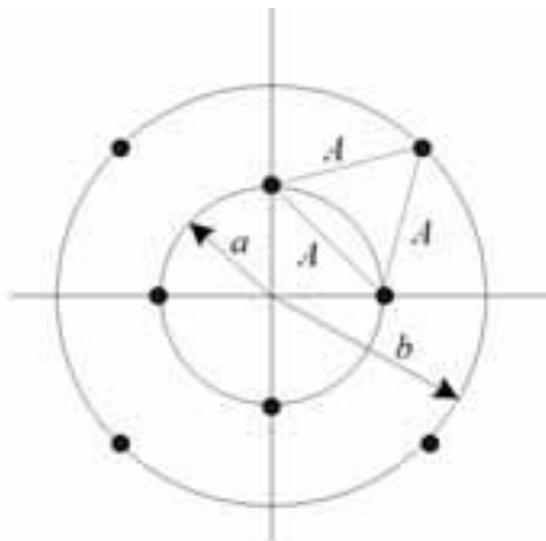


【7-2】—8PSK及8QAM的星座图如题图所示

- (1) 给定 A ，求8PSK和8QAM星座图中圆的半径 r 、 a 、 b ；
- (2) 给定 A ，假设星座点等概出现，求8PSK和8QAM各自的平均发送功率。



8PSK



8QAM



解: (1) 对于8PSK, $A = 2r \sin \frac{\pi}{8}$, 因此 $r = \frac{A}{2 \sin \frac{\pi}{8}} = 1.3066A$

于8QAM, 可列出方程:

$$\begin{cases} A^2 = a^2 + a^2 \\ A^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos \frac{\pi}{4} \end{cases}$$

解得

$$\begin{cases} a = \frac{A}{\sqrt{2}} = 0.7071A \\ b = \frac{\sqrt{3}+1}{2} A = 1.366A \end{cases}$$



(2) 8PSK的平均符号能量为:

$$E_{8PSK} = r^2 = \frac{A^2}{\left(2 \sin \frac{\pi}{8}\right)^2} = \frac{A^2}{2 - \sqrt{2}} = 1.7071A^2$$

因此平均发送功率为: $P_{8PSK} = \frac{E_{8PSK}}{T_s} = 1.7071 \frac{A^2}{T_s}$

8QAM的平均符号能量为: $E_{8QAM} = \frac{a^2 + b^2}{2} = \frac{3 + \sqrt{3}}{4} A^2 = 1.1830A^2$

因此平均发送功率为: $P_{8QAM} = \frac{E_{8QAM}}{T_s} = 1.1830 \frac{A^2}{T_s}$



【7-3】 采用8PSK 调制传输4800b/s数据，最小理论带宽是多少？

解：在理想情况下，MPSK 的最高频带利用率可以达 $\log_2 M$ Mb/s/Hz。则采用8PSK 调制传输4800b/s数据时，最小理论带宽为 $B = 4800 / \log_2 8 = 1600 \text{ Hz}$

【7-4】 某8QAM调制器输入的信息速率为 $R_b = 90 \text{ Mbps}$ ，求符号速率 R_s 。

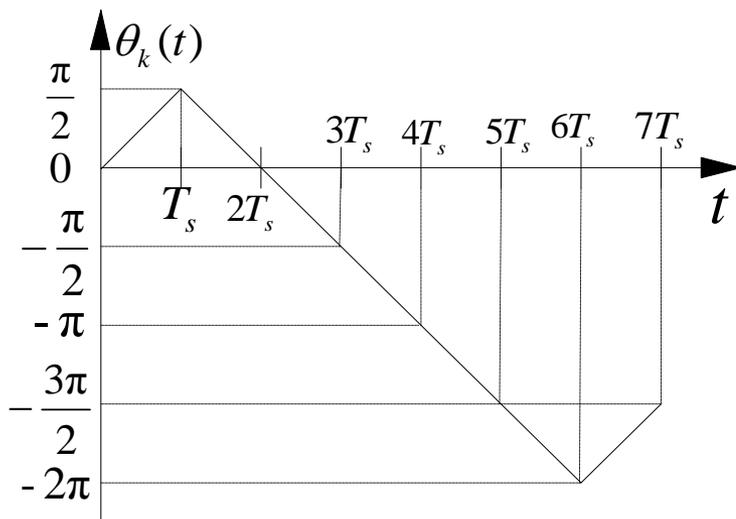
解：

$$R_s = \frac{R_b}{\log_2 8} = 30 \text{ M 符号/秒}$$



【7-5】 设发送数字序列为： $+1, -1, -1, -1, -1, -1, +1$. 试画出用其调制后的MSK信号的相位变化图。若码元速率为1000Bd，载频为3000Hz，试画出此MSK信号的波形。

解：MSK 信号附加相位函数路径图如解图所示。



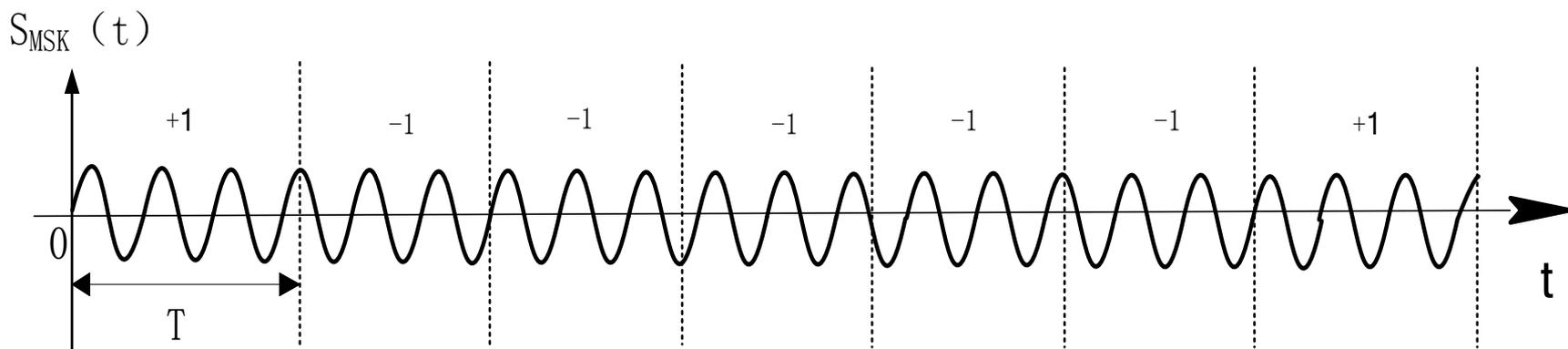
由已知，载波频率 $f_c=3000\text{Hz}$ ，传输速率 $f_s=1000\text{Bd}$ ，因此“-1”符号所对应的频率为 $f_{-1} = f_c - \frac{1}{4T_s} = 3000\text{Hz} - 250\text{Hz} = 2750\text{Hz} = \frac{11}{4} f_s$



“+1”符号对应的频率为

$$f_1 = f_c + \frac{1}{4T_s} = 3000\text{Hz} + 250\text{Hz} = 3250\text{Hz} = \frac{13}{4} f_s$$

因此，MSK信号的时间波形如解图





【7-6】 设有一个MSK信号，其码元速率为1000Bb，分别用频率和表示码元“1”和“0”。若等于1250Hz，试求，并画出“101”的波形。

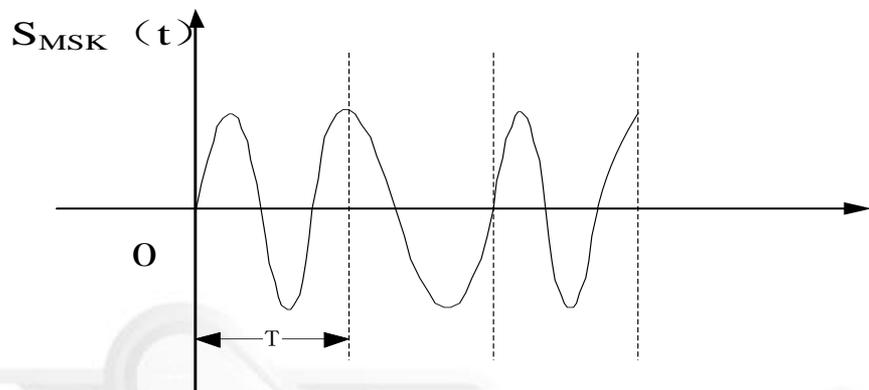
解：设载波频率为 f_c ，已知码元速率为 $f_s=1000\text{Bd}$ ，又

$$f_1 = f_c + \frac{1}{4T_s} = f_c + \frac{f_s}{4} = 1250\text{Hz}$$

因此可求得 $f_c=1000\text{Hz}$ ，所以

$$f_0 = f_c - \frac{f_s}{4} = 1000\text{Hz} - \frac{1000}{4}\text{Hz} = 750\text{Hz}$$

三个码元“101”的波形如解图所示。





【7-7】已知载波频率 $f_c=1.75/T_s$ ，初始相位。

(1) 当数字基带信号时，MSK信号的两个频率和分别是多少？

(2) 对应的最小频差及调制指数是多少？

解：(1) 当 $a_k=-1$ 时，信号频率 f_1 为

$$f_1 = f_c - \frac{1}{4T_s} = \frac{1.75}{T_s} - \frac{1}{4T_s} = \frac{1.5}{T_s}$$

当 $a_k=+1$ 时，信号频率 f_2 为

$$f_2 = f_c + \frac{1}{4T_s} = \frac{1.75}{T_s} + \frac{1}{4T_s} = \frac{2}{T_s}$$

(2) 最小频差
速率的一半。

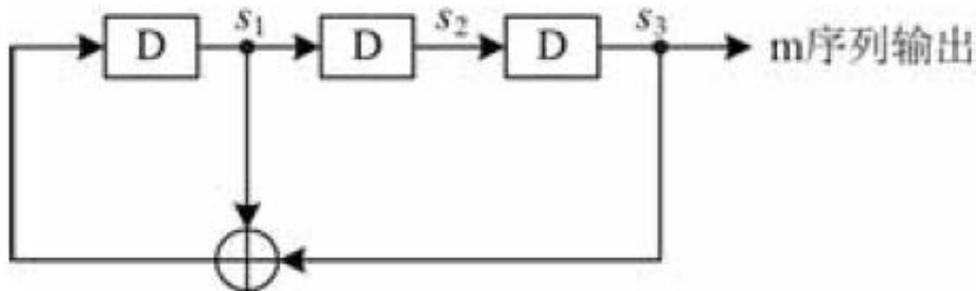
$$\Delta f = f_2 - f_1 = \frac{2}{T_s} - \frac{1.5}{T_s} = \frac{1}{2T_s}$$

，它等于码元传递

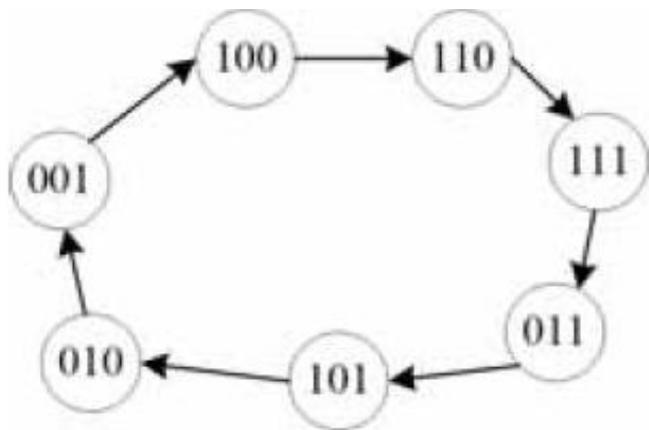


【7-8】已知线性反馈移存器序列的特征多项式为 $f(x)=x^3+x+1$ ，求此序列的状态转移图，并说明它是否是m序列。

解：该序列的发生器逻辑框图如解下图：



定义状态为向量 $s=(s_1,s_2,s_3)$ ，假设起始状态是100，则状态转移图如下图：



由于其周期为 $2^3-1=7$ ，所以此序列是m序列。



【7-9】 已知m序列的特征多项式为 $f(x)=x^4+x+1$ ，写出此序列一个周期中的所有游程。

解：该m序列的周期为15，一个周期为100011110101100，共有8个游程：

1 000 1111 0 1 0 11 00

其中长度为1的游程有4个；长度为2的游程有2个；长度为3的游程有1个；长度为4的游程有1个。



【7-10】已知优选对 m_1 、 m_2 的特征多项式分别为

$f_1(x)=x^3+x+1$ 和 $f_2(2)=x^3+x^2+1$ ，写出由此优选对产生的所有Gold码，并求其中两个的周期互相关函数。

解：特征多项式为 $f_1(x)=x^3+x+1$ 的m序列的一个周期为1110100。
特征多项式 $f_2(2)=x^3+x^2+1$ 的m序列的一个周期为1110010。
由此生成的Gold码为：

$$G1: 1110100 \oplus 1110010 = 0000110$$

$$G2: 1110100 \oplus 0111001 = 1001101$$

$$G3: 1110100 \oplus 1011100 = 0101000$$

$$G4: 1110100 \oplus 0101110 = 1011010$$

$$G5: 1110100 \oplus 0010111 = 1100011$$

$$G6: 1110100 \oplus 1001011 = 0111111$$

$$G7: 1110100 \oplus 1100101 = 0010001$$



G8: 1110100

G9: 1110010

一共有9个。

考虑G1和G2的互相关。将这两个码的双极性形式为:

g1: 1 1 1 1 -1 -1 1

g2: -1 1 1 -1 -1 1 -1

其互相关函数为:

$$R_{12}(k) = \sum_{i=0}^6 g_1(i)g_2(i+k), \quad k \in \{0,1,2,\dots,6\}$$

其中按mod7计算。通过具体计算可得:

$$R_{12}(k) = \begin{cases} -1 & k \in \{0,1,3,5\} \\ 3 & k = 2 \\ -5 & k = 4 \end{cases}$$











