



通信原理

武汉理工大学 信息工程学院



第5章 模拟信号数字化

本节课主要内容:

- 5.1 概述
- 5.2 脉冲编码调制PCM
- 5.3 模拟信号的抽样
- 5.4 抽样信号的量化
- 5.5 量化信号的编码
- 5.6 PCM系统的抗噪声性能
- 5.7 差分脉冲编码调制DPCM
- 5.8 增量调制DM
- 5.9 PCM信号的时分复用和复接
- 5.10 帧同步



5.1 概述

数字通信系统具有模拟通信系统无可比拟的优越性，已成为主要的通信方式。

通信信息源，无论是日常的语音、图像和视频信号，还是其它通过采集得到的各种信号，通常都是模拟信号。

模拟信号若要通过数字通信系统传输，需要将其转换为数字信号，即A/D转换。在接收端，再还原为模拟信号，即D/A转换，从而实现模拟信号的数字传输。

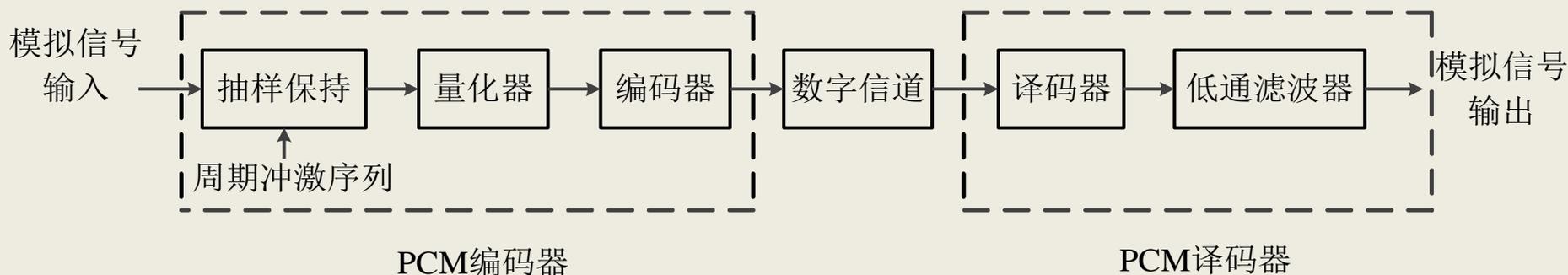
本章重点放在模拟信号和数字信号之间的转换问题，主要针对的是**PCM电话通信系统**。

5.2 脉冲编码调制PCM

5.2.1 PCM系统模型

PCM (Pulse Code Modulation) 即脉冲编码调制，是一种将时间连续、取值连续的模拟信号变换成时间离散、抽样值离散的数字信号的过程。

PCM系统包括编码器和译码器两部分，**系统模型**：



5.2.1 PCM系统模型

抽样是把模拟信号由时间上连续的信号变成时间上离散的信号。语音信号，其频带范围是300~3400Hz，抽样频率选择8kHz。

量化是将抽样得到的幅度瞬时值离散化的过程，即将连续的瞬时抽样值近似为离散的电平值，以便对量化后的信号进行编码。

编码是用二进制码组去表示每一个量化电平。若编码后二进制码组的位数用 n 表示，则可以表示的量化电平数为 2^n 个。

通常量化和编码可以同时完成。



5.2.2 PCM术语说明

DSB、SSB、VSB和FM等，它们都是以余弦或正弦波作为载波信号，统称为**余弦载波**。

实际上还有一类应用非常广泛的**脉冲载波**信号，它是周期性的矩形脉冲序列。

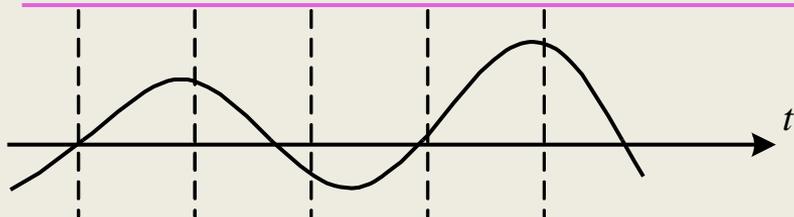
若对**脉冲幅度**进行调制，称为PAM-Pulse Amplitude Modulation。

若对**脉冲宽度**进行调制，称为PDM-Pulse Duration Modulation或PWM-Pulse Width Modulation。

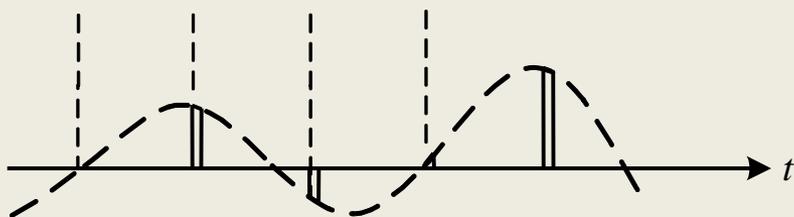
若对**脉冲相位**（即脉冲的位置）进行调制，称为PPM（Pulse Position Modulation）。

三种已调信号都属**模拟调制**。

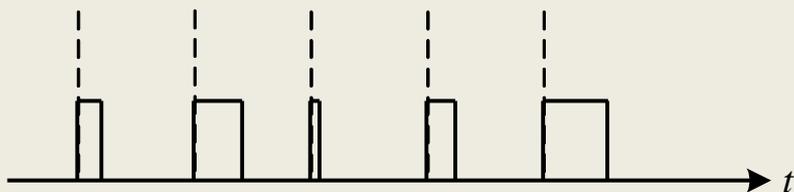
5.2.2 PCM术语说明



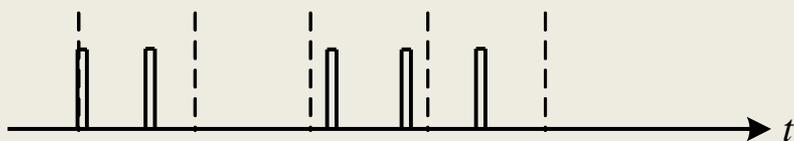
(a) 模拟基带信号



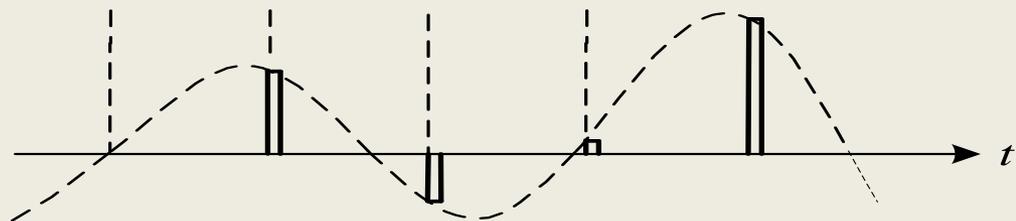
(b) PAM信号



(c) PDM信号



(d) PPM信号



平顶PAM信号波形图

模拟脉冲调制波形图



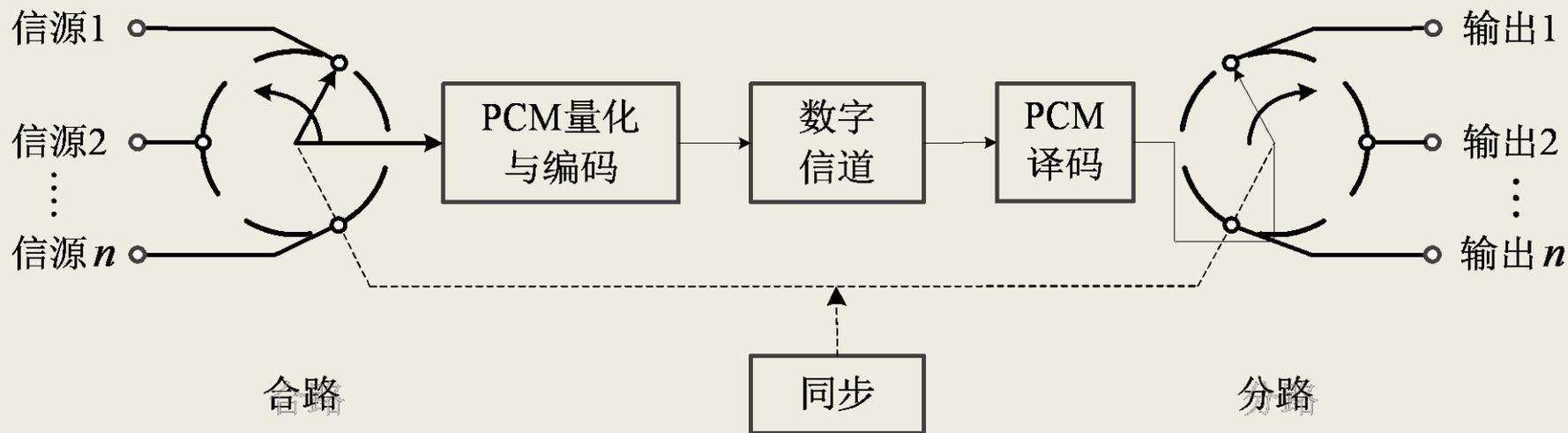
5.2.3 PCM系统的奈奎斯特带宽

对一路模拟信号而言，在抽样周期内完成**抽样、量化和编码**。

在前后两个抽样周期之间还留有大片的时间间隙，这些时间间隙是可以用来处理其它通道的模拟信号。

以时间作为分割参量，使对各路信号的处理与传输在时间轴上互不重叠的方式称为**时分复用**。

5.2.3 PCM系统的奈奎斯特带宽



时分复用示意图

5.2.3 PCM系统的奈奎斯特带宽

设模拟信号的抽样频率为 f_s ，每个样值编码位数为 N ，则PCM信号的码元速率为 $R_B = Nf_s$ 。

k 路复用，PCM系统的码元速率为 kNf_s 。

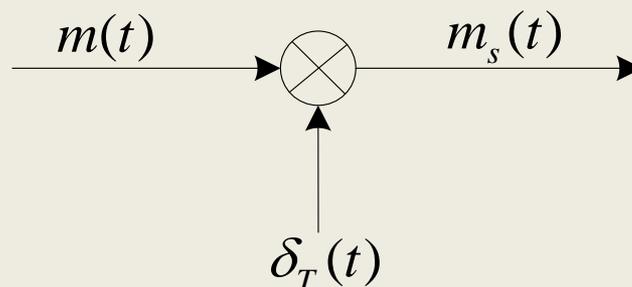
根据奈奎斯特准则，在无码间串扰的情况下，奈奎斯特带宽是指理想低通传输系统所需的最小带宽，为 $kNf_s / 2$ 。

当采用升余弦系统传输时，所需带宽为 kNf_s 。

5.3 模拟信号的抽样

5.3.1 抽样定理

1. 抽样器的模型。



$m(t)$ 为模拟信号;

$\delta_T(t)$ 为抽样信号;

$m_s(t)$ 为已抽样信号。

当抽样信号为周期性冲激序列时，称为**理想抽样**；
当抽样信号为周期性矩形脉冲序列时，称为**自然抽样**。

5.3.1 抽样定理

设模拟信号频率范围为 $f_L \sim f_H$ ，带宽为 $B = f_H - f_L$ 。

低通信号: $B > f_L$

带通信号: $B \leq f_L$

语音信号: $f_L = 300\text{Hz}$ 、 $f_H = 3400\text{Hz}$ ，低通信号。

2. 低通信号抽样定理:

对于频带限制在 $0 \sim f_H$ 的低通信号 $m(t)$ ，若以频率 $f_s \geq 2f_H$ 抽取瞬时样值，则可无失真恢复原模拟信号。



5.3.1 抽样定理

时域关系:

已抽样信号 $m_s(t)$

$$m_s(t) = m(t)\delta_T(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s)\delta(t - nT_s)$$

频域关系:

$$\begin{aligned} M_s(\omega) &= \frac{1}{2\pi} [M(\omega) * \delta_T(\omega)] = \frac{1}{T_s} \left[M(\omega) * \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(\omega - n\omega_s) \right] \\ &= \frac{1}{T_s} \left[\sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s) \right] \end{aligned}$$

其中

$$\omega_s = 2\pi f_s = 2\pi / T_s$$

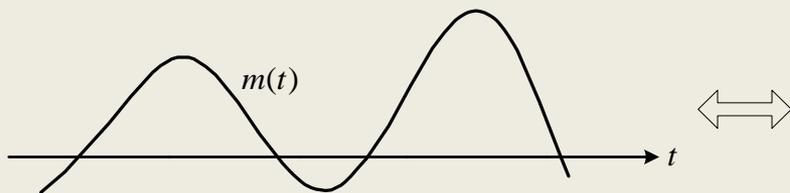


5.3.1 抽样定理

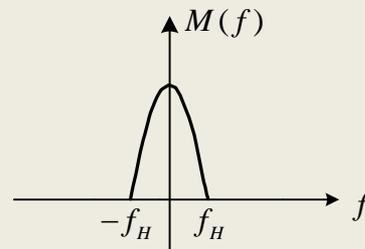
只要保证 $\omega_s \geq 2\omega_H$ ，即 $f_s \geq 2f_H$ ，就不会出现频谱混叠。

无失真恢复的最低抽样频率 $f_s = 2f_H$ ，称为**奈奎斯特速率**。抽样周期 $T_s = 1/(2f_H)$ 称为**奈奎斯特间隔**。

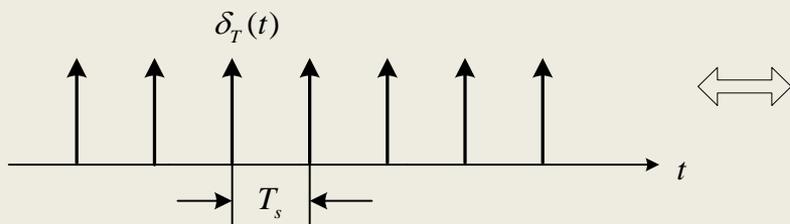
5.3.1 抽样定理



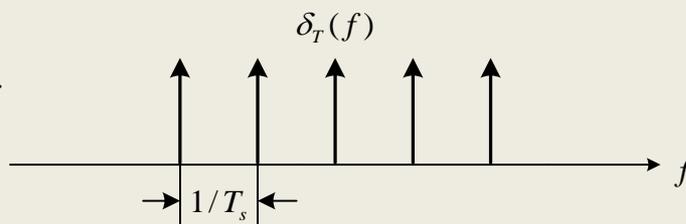
(a) 基带抽样信号



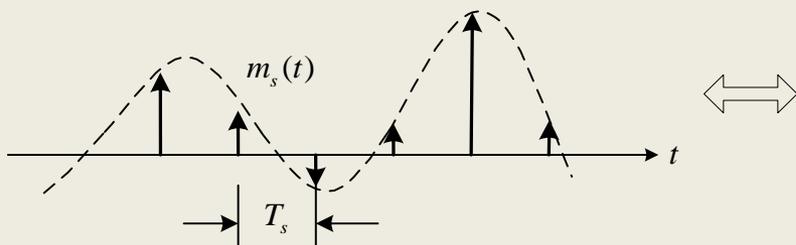
(b) 基带信号频谱



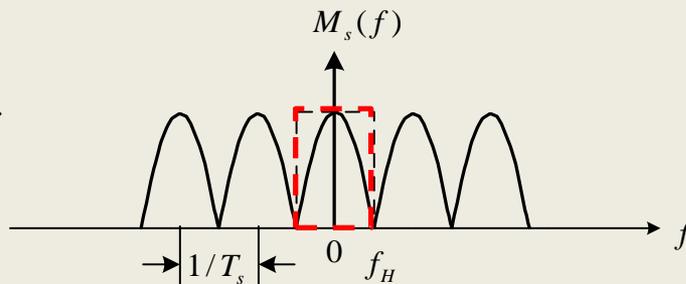
(c) 抽样信号波形



(d) 抽样信号频谱



(e) 已抽样信号波形



(f) 已抽样信号频谱

5.3.1 抽样定理

3. 模拟基带信号的恢复

低通滤波器，截止频率 f_H 。

$$H(f) = \begin{cases} 1 & |f| \leq f_H \\ 0 & |f| > f_H \end{cases}$$

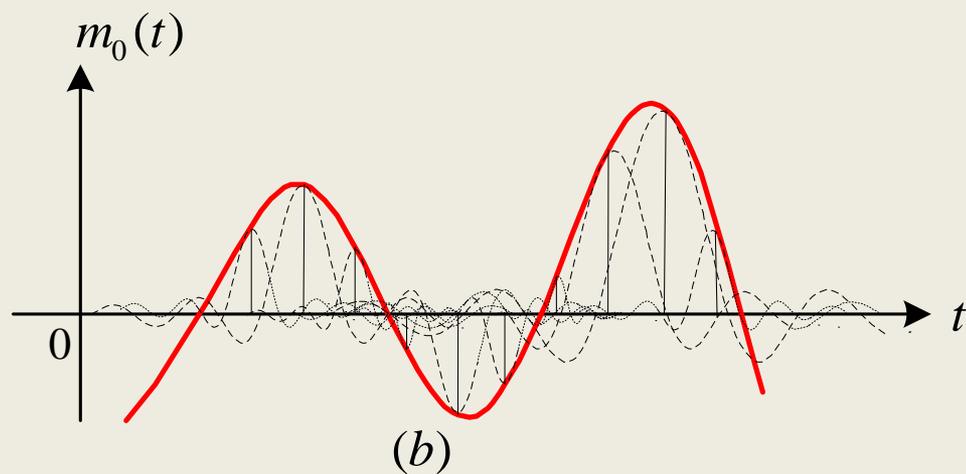
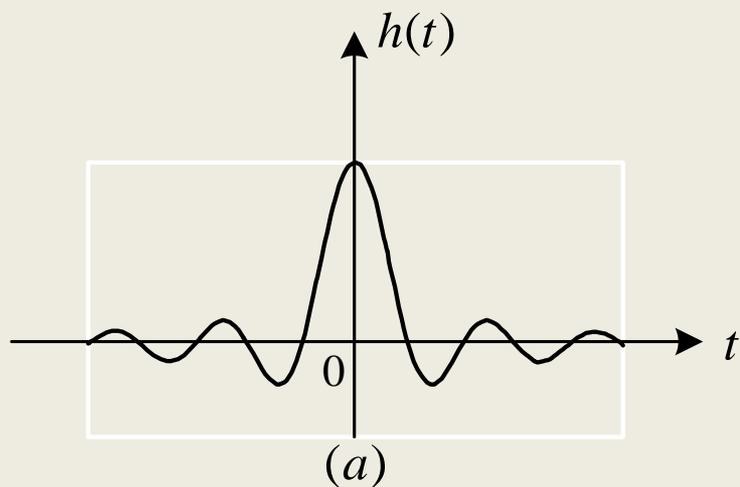
$$h(t) = F^{-1}[H(\omega)] = \frac{\omega_H}{\pi} \text{Sa}(\omega_H t)$$

输出信号

$$\begin{aligned} m_0(t) &= m_s(t) * h(t) = \frac{\omega_H}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s) \delta(t - nT_s) * \text{Sa}(\omega_H t) \\ &= \frac{\omega_H}{\pi} \sum_{n=-\infty}^{\infty} m(nT_s) \text{Sa}[\omega_H(t - nT_s)] \end{aligned}$$

5.3.1 抽样定理

恢复的过程就是由一系列幅值为信号抽样值的函数叠加而成，这个叠加过程称为**内插**。





5.3.1 抽样定理

4. 带通信号抽样定理

频谱范围 $f_L \sim f_H$, 信号带宽 $B \leq f_L$ 。

若按照低通信号抽样定理进行抽样, $f_s \geq 2f_H$, 完全可以实现原信号的无失真恢复。

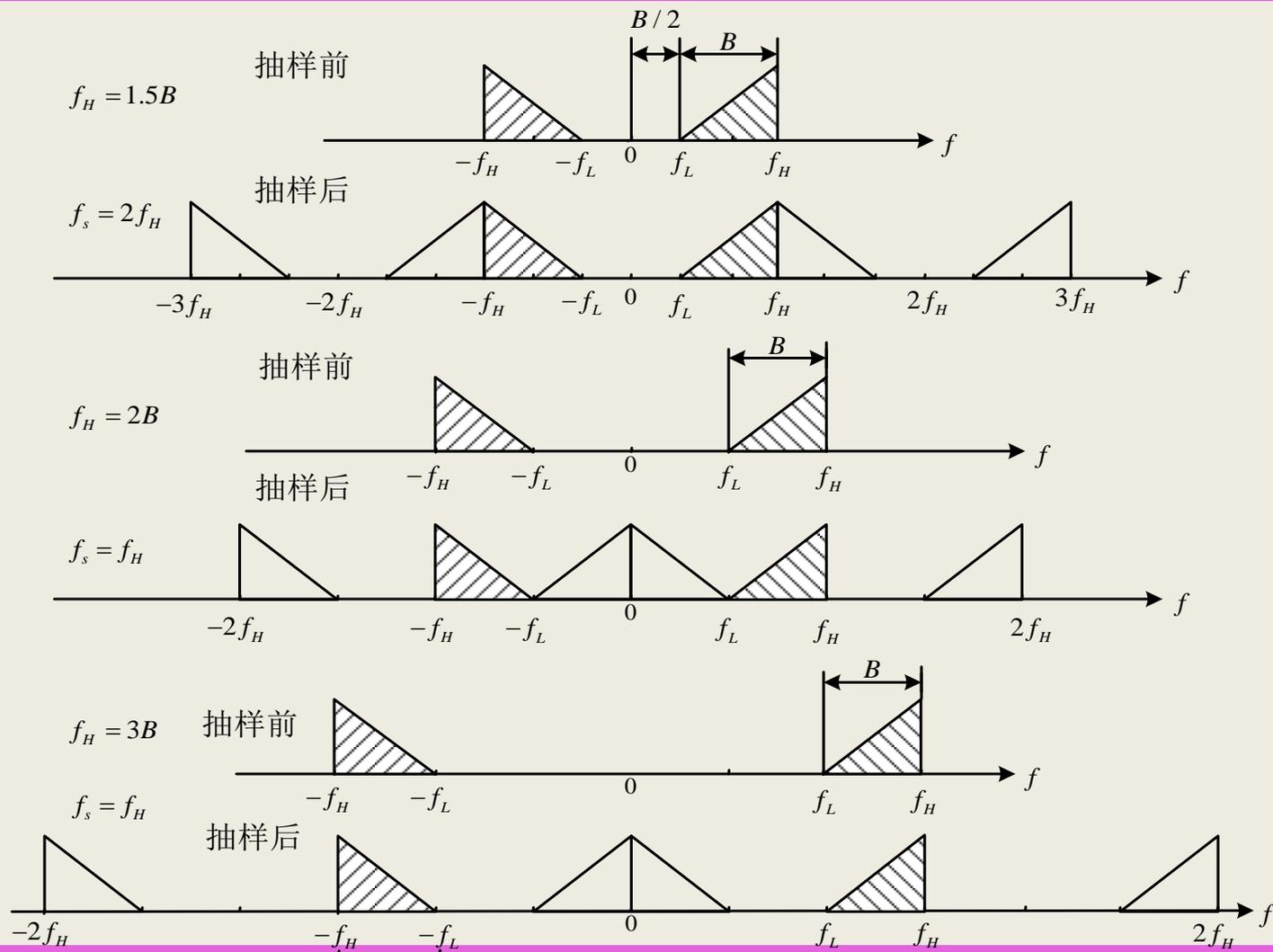
但是这样的抽样频率通常不是下限值, 一方面不必要, 另一方面高抽样频率会导致转换后的数字信号速率高, 不利于信号的处理与传输。

带通信号抽样定理:

$$f_s = 2f_H / n = 2B(1 + k/n) , 0 \leq k < 1$$

n 是 f_H / B 取整部分; k 是 f_H / B 的小数部分。

5.3.1 抽样定理



5.3.2 实际抽样

1. 自然抽样

抽样信号 $s(t)$ ，周期性矩形脉冲序列。

已抽样信号：

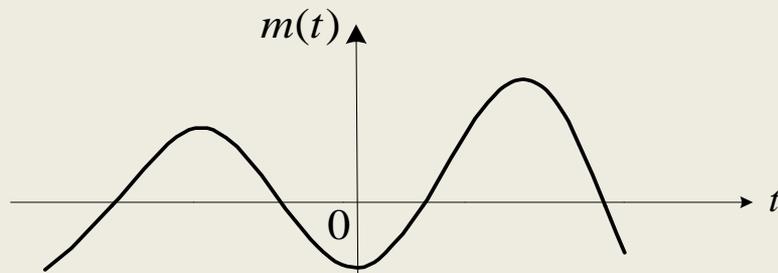
$$S(\omega) = \frac{2\pi\tau}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Sa\left(\frac{k\omega_s\tau}{2}\right) \delta(\omega - k\omega_s)$$

$$m_s(t) = m(t)s(t)$$

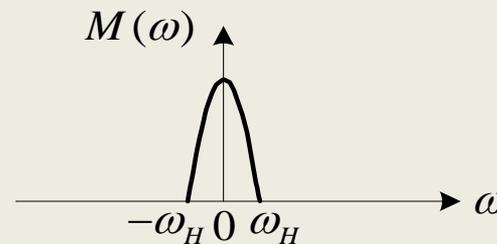
已抽样信号频谱：

$$\begin{aligned} M_s(\omega) &= F[m_s(t)] = F[m(t) \cdot s(t)] = \frac{1}{2\pi} M(\omega) * S(\omega) \\ &= \frac{1}{2\pi} \left[M(\omega) * \frac{2\pi\tau}{T_s} \sum_k Sa\left(\frac{k\omega_s\tau}{2}\right) \delta(\omega - k\omega_s) \right] \\ &= \frac{\tau}{T_s} \sum_{k=-\infty}^{\infty} Sa\left(\frac{k\omega_s\tau}{2}\right) M(\omega - k\omega_s) \end{aligned}$$

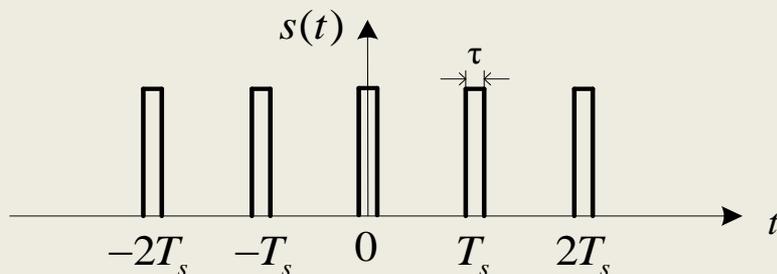
5.3.2 实际抽样



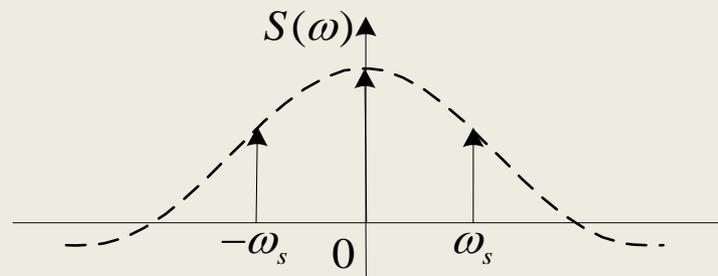
(a)



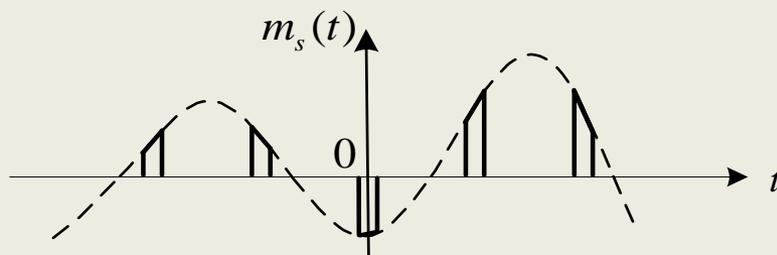
(b)



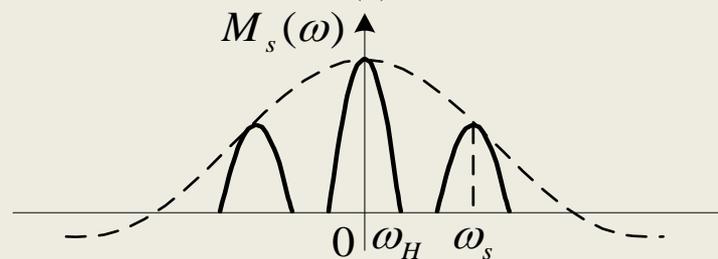
(b)



(c)



(d)

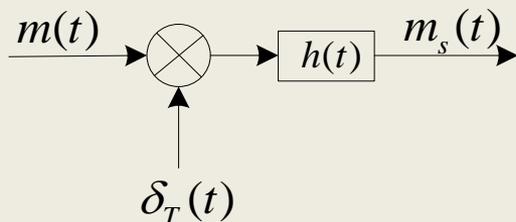


(e)

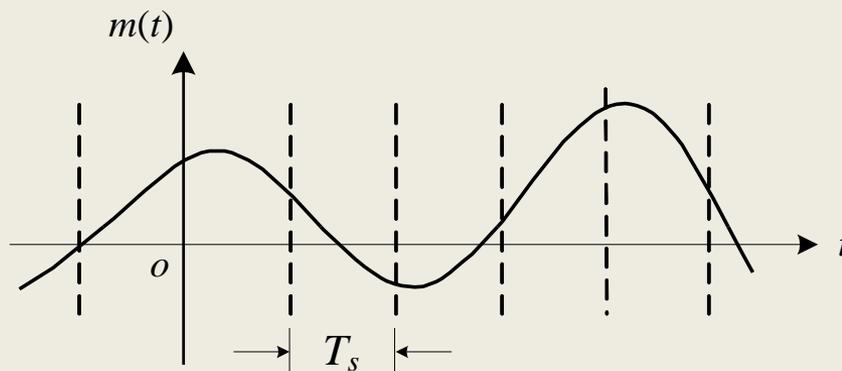
5.3.2 实际抽样

2. 平顶抽样

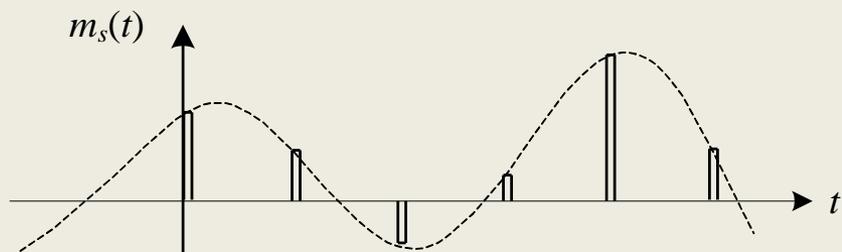
数学模型



平顶抽样波形图



(a) 模拟基带信号



(b) 平顶抽样信号



5.3.2 实际抽样

时域关系

$$m_s(t) = \{m(t)\delta_T(t)\} * h(t)$$

$$h(t) = \begin{cases} 1 & 0 \leq t \leq \tau \\ 0 & \text{else } t \end{cases}$$

为便于分析，忽略时延。

$$h(t) = \begin{cases} 1 & -\tau/2 \leq t \leq \tau/2 \\ 0 & \text{else } t \end{cases}, \quad H(\omega) = \tau \text{Sa}\left(\frac{\omega\tau}{2}\right)$$

频域关系

$$M_s(\omega) = \left[\frac{1}{T_s} \sum_{n=-\infty}^{\infty} M(\omega - n\omega_s) \right] H(\omega)$$

5.4 抽样信号的量化

5.4.1 基本概念

抽样是将模拟基带信号进行时间离散化的过程。

抽样后信号的幅值在其值域内仍然是连续信号。

对连续的抽样值进行离散化处理称为**量化**。

量化值与抽样值之间存在的差别称为量化误差或量化噪声。

量化误差与量化等级数有关，量化等级数越多，量化误差就越小。

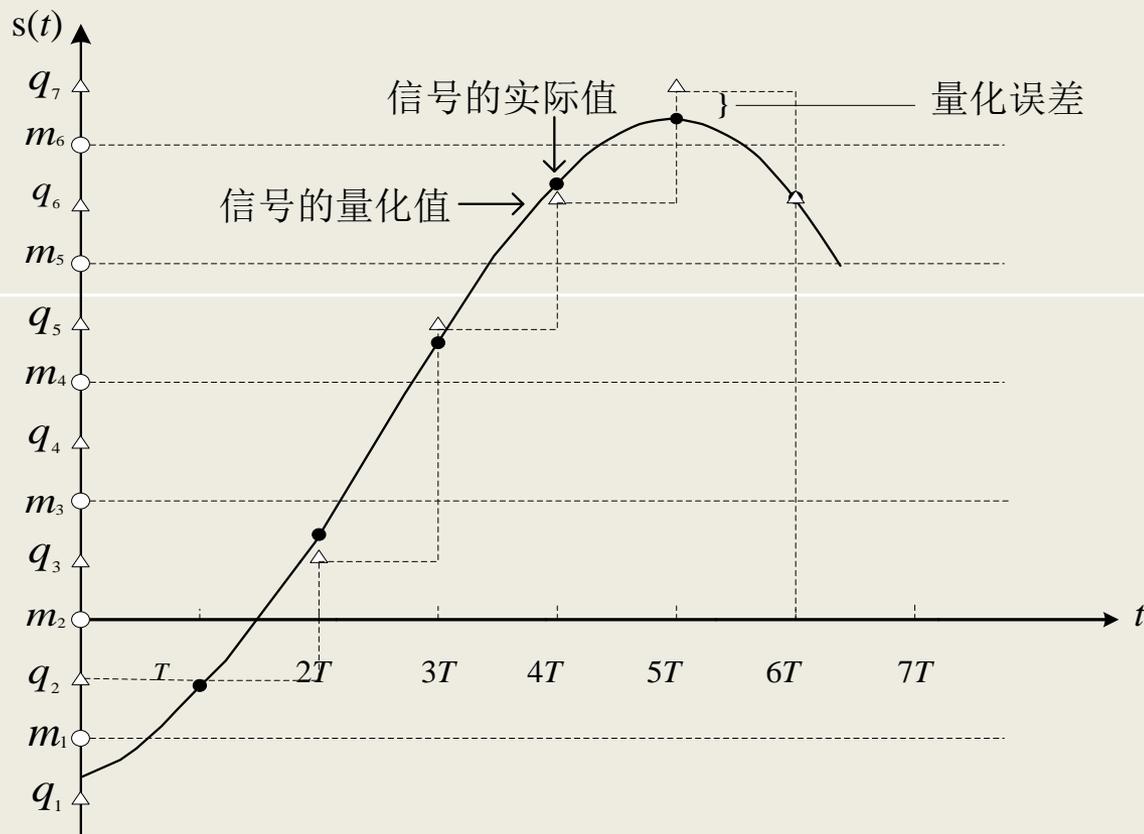
对于电话通信，增加量化等级数有可能把噪声降低到无法察觉的程度。

5.4 抽样信号的量化

5.4.2 均匀量化及其量化性能

将模拟信号的取值范围分为若干量化区间，也称为**量化间隔**。

若各量化区间相等则称为**均匀量化**，否则是**非均匀量化**。



5.4.2 均匀量化及其量化性能

设模拟抽样信号的**值域**为 $-a \sim a$ ，量化区间数为 M ，相应的量化电平数也为 M ，设二进制编码位数为 N ，为保证各量化值赋予不同的码字，应保证 $2^N \geq M$ ，通常取 $M = 2^N$ 。量化间隔用 Δv 表示，显然在均匀量化中 $\Delta v = 2a / M$ 。

量化区间端点 m_i 可表示为：

$$m_i = -a + i\Delta v \quad i = 0, 1, 2, \dots, M$$

量化值 q_i 一般取量化区间的中间值，且当 $m_{i-1} \leq m_k < m_i$ 时， $m_q = q_i$ 。

$$q_i = \frac{m_i + m_{i-1}}{2} = -a + i\Delta v - \frac{\Delta v}{2}$$

5.4.2 均匀量化及其量化性能

假设输入到量化器的抽样信号 m_k 是平稳随机信号，概率密度函数 $f(m_k)$ ，则量化噪声的平均功率为

$$N_q = E[(m_k - m_q)^2] = \int_{-a}^{+a} (m_k - m_q)^2 f(m_k) dm_k = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (m_k - m_q)^2 f(m_k) dm_k$$

设量化器输入信号服从均匀分布，即 $f(m_k) = 1/2a$

$$N_q = \sum_{i=1}^M \int_{m_{i-1}}^{m_i} (m_k - q_i)^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dm_k = \sum_{i=1}^M \int_{-a+(i-1)\Delta v}^{-a+i\Delta v} \frac{(m_k + a - i\Delta v + \frac{\Delta v}{2})^2}{2a} dm_k = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

信号 m_k 的平均功率

$$S_0 = E(m_k^2) = \int_{-a}^a m_k^2 f(m_k) dm_k = \int_{-a}^a m_k^2 \left(\frac{1}{2a}\right) dm_k = \frac{M^2}{12} (\Delta v)^2$$

量化信噪比 $\frac{S_0}{N_q} = M^2 = 2^{2N}$

5.4.2 均匀量化及其量化性能

主要结论:

- 1) 量化信噪比与量化等级数或编码位数有关, 量化等级越多, 量化信噪比就越大, 信号质量越好;
- 2) 量化噪声功率只与量化间隔有关, 一旦量化器确定下来, 噪声平均功率就为固定值;
- 3) 对于大输入信号, 瞬时量化信噪比较大; 而对于小输入信号, 瞬时量化信噪比较小;
- 4) 实际电话通信中, 小信号的情况占多数, 信噪比较低时接收方听不清楚。因此均匀量化并不适合处理实际电话语音信号。

5.4.3 非均匀量化

非均匀量化采用**可变的量化间隔**，让小信号的量化间隔小一些，大信号时量化间隔大一些。

在编码位数和量化等级不变的情况下，可以提高小信号的信噪比。

非均匀量化可以通过对输入信号进行非线性处理后再均匀量化实现。

非线性处理：对小信号放大倍数大，对大信号放大倍数小。在发送端的非线性处理称为**压缩**，在接收端消除信号失真称为**扩张**。

扩张是压缩的逆变换过程，后面主要分析压缩特性。

5.4.3 非均匀量化

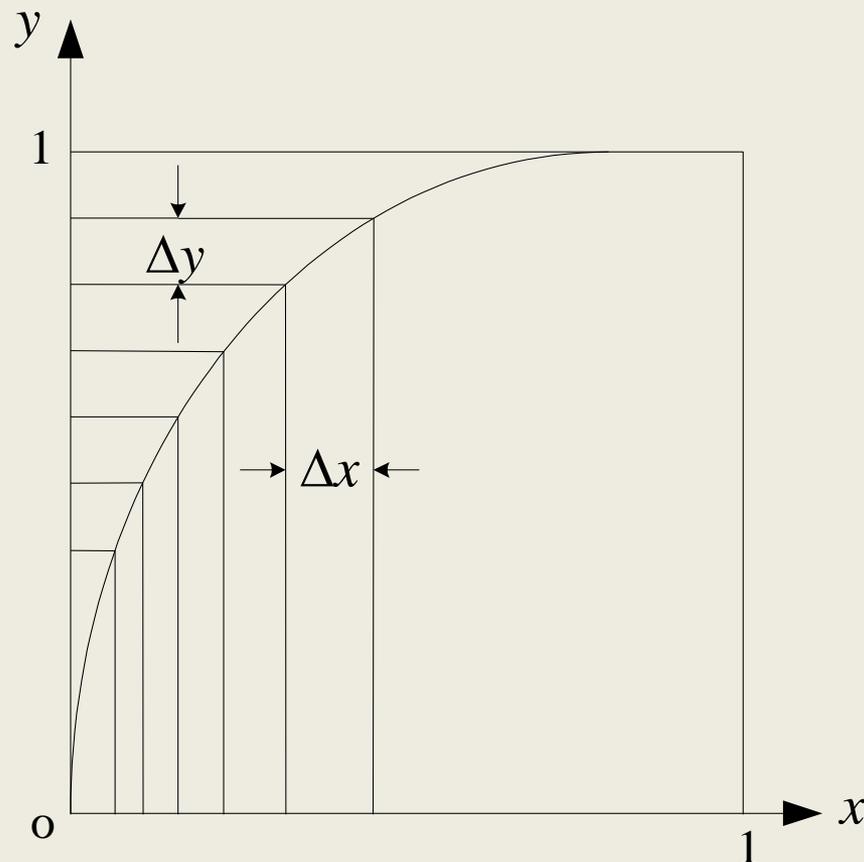
1. 理想压缩特性

“理想”：量化间隔正比于输入信号。

将压缩器的输入和输出信号归一化。

x 和 y 的取值范围均在 $0 \sim 1$ 之间。

y 轴的量化间隔 $\Delta y = 1/M$
对应的 x 轴的量化间隔 Δx 。



5.4.3 非均匀量化

理想压缩: $\Delta x \propto x$, 信号越大, 量化间隔越大。

通常 M 较大, 每个量化区间内的曲线可以近似看做直线段, 斜率为

$$\frac{\Delta y}{\Delta x} = \frac{dy}{dx} \Rightarrow \Delta x = \frac{dx}{dy} \Delta y = \frac{1}{M} \frac{dx}{dy} \Rightarrow \frac{dx}{dy} = M \Delta x$$

由于 $\Delta x \propto x$, 因此 $\frac{dx}{dy} = kx$

解线性微分方程: $\ln x = ky + c$

边界条件: 当 $x=1$ 时, $y=1$ 。代入得 $c = -k$ 。

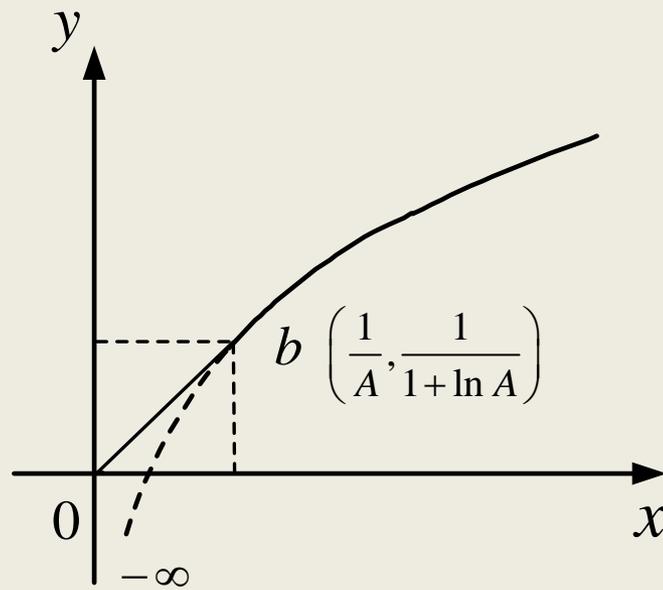
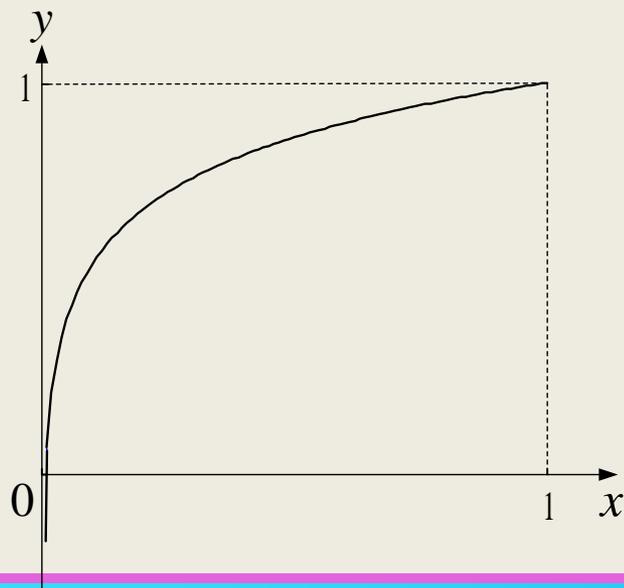
所以 $y = 1 + \frac{1}{k} \ln x$, 此即**理想压缩特性**, 或称为**对数压缩特性**。

5.4.3 非均匀量化

2. A律标准

理想压缩特性是**物理不可实现**的，因为当 $x=0$ 时， $y=-\infty$ 。

修正如下：通过原点作理想压缩特性的切线，切点 b ，以 ob 代替曲线段。



(a) 理想压缩特性

(b) 修正特性局部放大图

5.4.3 非均匀量化

修正后的压缩特性分两部分:

$$y = \begin{cases} \frac{1 + \ln Ax}{1 + \ln A} & \frac{1}{A} < x \leq 1 \\ \frac{Ax}{1 + \ln A} & 0 \leq x \leq \frac{1}{A} \end{cases}$$

上式即ITU建议的**A律标准**，常数A决定了压缩程度， $A \geq 1$ 。当 $A=1$ 时， $y=x$ ，未压缩，相当于均匀量化。当 $A>1$ ，才进行压缩。

ITU还建议了 μ 律标准。中国、欧洲以及国际互联采用A律，北美、日本、韩国等采用 μ 律。

5.4.3 非均匀量化

3. 13折线压缩特性

第三象限部分和第一象限则是原点对称的。

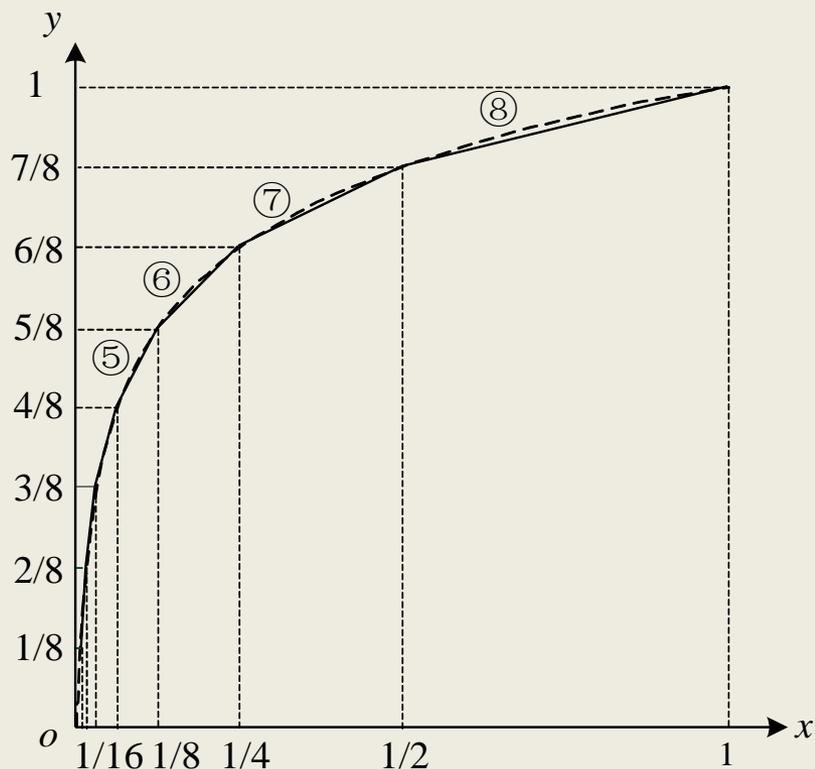
13折线（第一象限）：

将 x 轴 $0 \sim 1$ 对分为8段， y 轴 $0 \sim 1$ 等分为8段，将相应的点相连，构成8根折线。

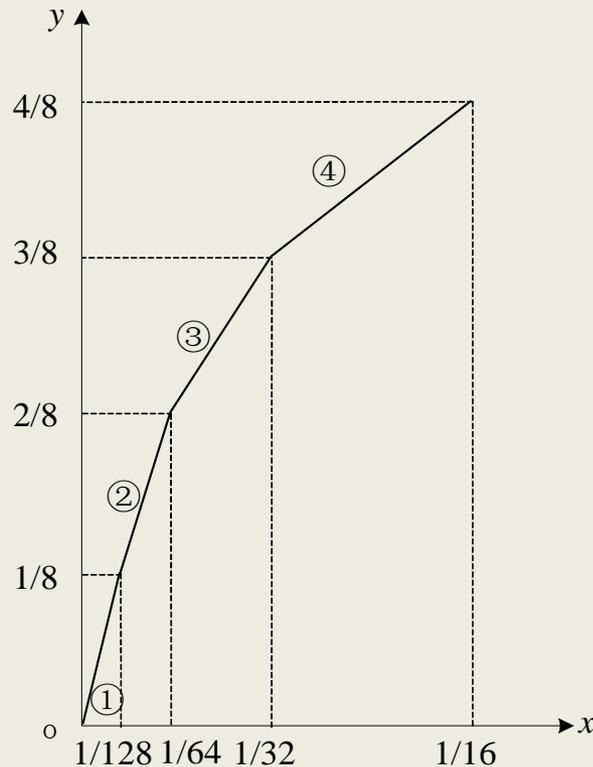
分段折线化后，易于用数字电路实现。

“13折线”是 $A=87.6$ 的A律特性的近似。

5.4.3 非均匀量化



13折线和A律A = 87.5对比画



13折线特性的第1-4段

5.4.3 非均匀量化

13折线各段放大倍数

| 折线段 编号 | ① | ② | ③ | ④ | ⑤ | ⑥ | ⑦ | ⑧ |
|-----------|----|----|---|---|---|---|-----|-----|
| 放大倍数 | 16 | 16 | 8 | 4 | 2 | 1 | 1/2 | 1/4 |

表 5-2 A 律和 13 折线特性对比

| i | 7 | 6 | 5 | 4 | 3 | 2 | 1 | 0 |
|--------------------|------------------|-----------------|------------------|----------------|------------------|-----------------|------------------|---|
| x | $1/2^7$ | $1/2^6$ | $1/2^5$ | $1/2^4$ | $1/2^3$ | $1/2^2$ | $1/2$ | 1 |
| $A = 87.6$ 的 y 值 | 0.1251 | 0.2401 | 0.3667 | 0.4934 | 0.6200 | 0.7467 | 0.8733 | 1 |
| 13 折线的 y 值 | $1/8$ (0.125) | $2/8$ (0.25) | $3/8$ (0.375) | $4/8$ (0.5) | $5/8$ (0.625) | $6/8$ (0.75) | $7/8$ (0.875) | 1 |

5.5 量化信号的编码

5.5.1 自然二进制码和折叠二进制码

| 量化值 | 量化值极性 | 自然二进制码 | 折叠二进制码 |
|------|-------|--------|--------|
| 7.5 | 正极性 | 1111 | 1111 |
| 6.5 | | 1110 | 1110 |
| 5.5 | | 1101 | 1101 |
| 4.5 | | 1100 | 1100 |
| 3.5 | | 1011 | 1011 |
| 2.5 | | 1010 | 1010 |
| 1.5 | | 1001 | 1001 |
| 0.5 | | 1000 | 1000 |
| -0.5 | 负极性 | 0111 | 0000 |
| -1.5 | | 0110 | 0001 |
| -2.5 | | 0101 | 0010 |
| -3.5 | | 0100 | 0011 |
| -4.5 | | 0011 | 0100 |
| -5.5 | | 0010 | 0101 |
| -6.5 | | 0001 | 0110 |
| -7.5 | | 0000 | 0111 |



5.5 量化信号的编码

5.5.2 电话信号的编译码

在13折线压缩特性中，对输入和输出信号进行了归一化处理，信号在 $(-1, +1)$ 之间变化，绝对值小于1。

定义一个新的单位——**量化单位**。1个量化单位等于最小量化间隔。

对于正极性信号，13折线的第1段是 $0-1/128$ ，段内再细分为16份，所以最小量化间隔为 $1/2048$ 。

1个量化单位 $=1/2048$ 。

5.5.2 电话信号的编译码

每个抽样值经量化后编成8位二进制码

$c_1c_2c_3c_4c_5c_6c_7c_8$

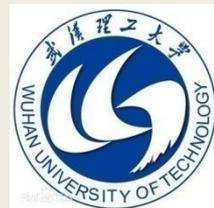
c_1 —— 符号位，当输入抽样值为正， $c_1 = 1$ ；抽样值为负， $c_1 = 0$ 。

$c_2c_3c_4$ —— 一段码，段的编号1-8由原点开始计数，按照自然二进制码顺序从000-111，第三象限特性亦是从小数点开始的顺序。

5.5.2 电话信号的编译码

表5-4 段码与段落范围的对应关系

| 段落序号 | 段码 $C_2C_3C_4$ | 段落范围 (量化单位) |
|------|----------------|-------------|
| 8 | 111 | 1024-2048 |
| 7 | 110 | 515-1024 |
| 6 | 101 | 256-512 |
| 5 | 100 | 128-256 |
| 4 | 011 | 64-128 |
| 3 | 010 | 32-64 |
| 2 | 001 | 16-32 |
| 1 | 000 | 1-16 |



5.5.2 电话信号的编译码

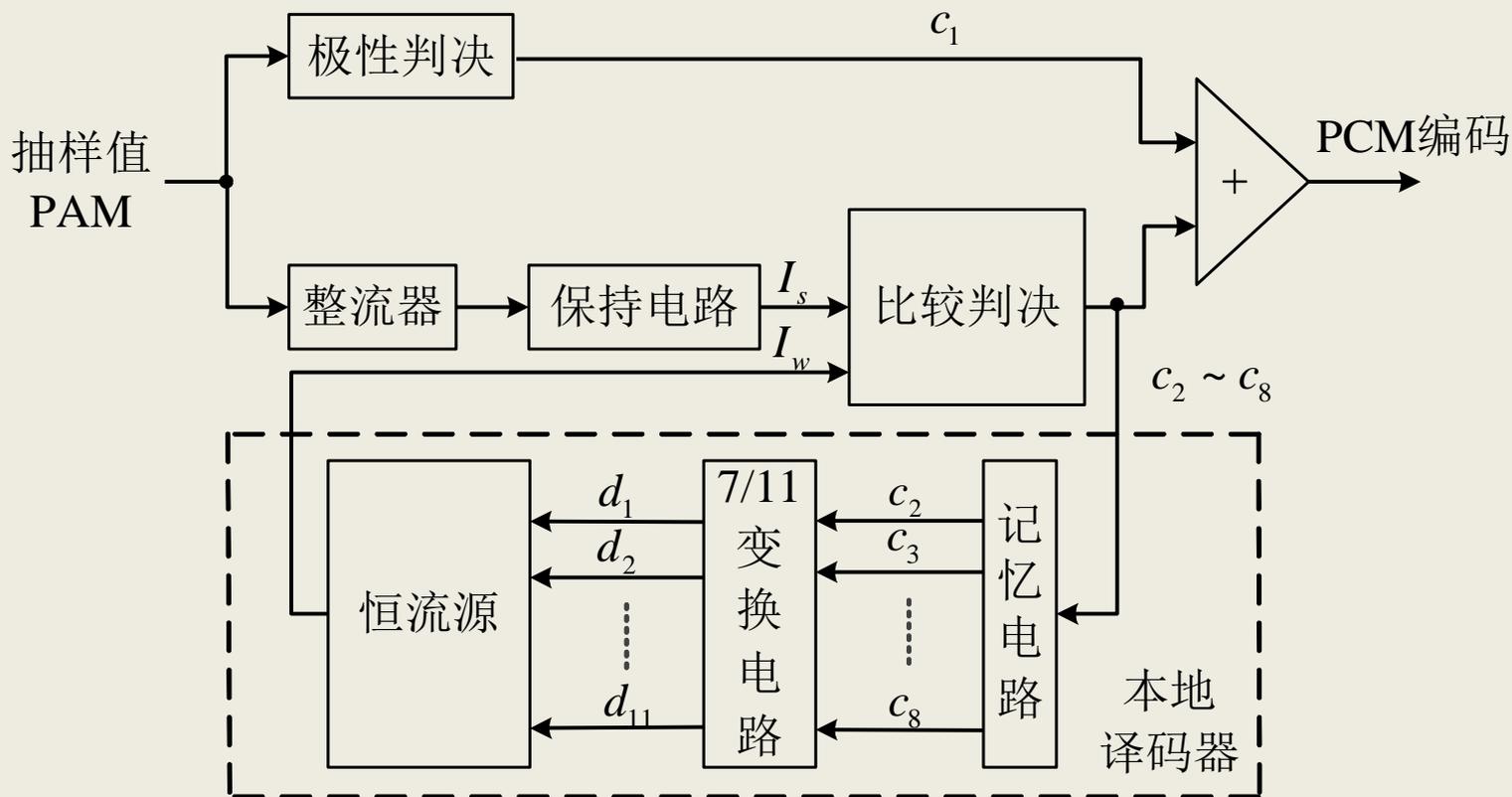
$c_5c_6c_7c_8$ 为段内码，编号1-16，原点方向向外编码，按照自然二进制码从0000-1111，第三象限特性亦如此。

观察 $c_1c_2c_3c_4$ ，其中符号位 c_1 表示信号的极性， $c_2c_3c_4$ 表示的段落编号从原点开始。

考虑符号位后， $c_1c_2c_3c_4$ 是折叠二进制码。因此含符号位的段码是折叠二进制码，段内码是自然二进制码。

5.5.3 电话信号的编译码器

电话信号A律13折线编码器的原理框图，编码器采用的是逐次比较的原理。



5.5.3 电话信号的编译码器

c_1 —**极性码**

I_s —信号幅度的**绝对值**

I_w —**权值信号**，与已编码结果有关，同时决定了下一位编码。

若 $I_s > I_w$ ， 则 $c_i = 1$ ， ($i = 2, 3, \dots, 8$)

反之 ， 则 $c_i = 0$

7/11变换电路—将7位非线性码转换为11位线性码，便于恒流源产生权值信号 I_w 。

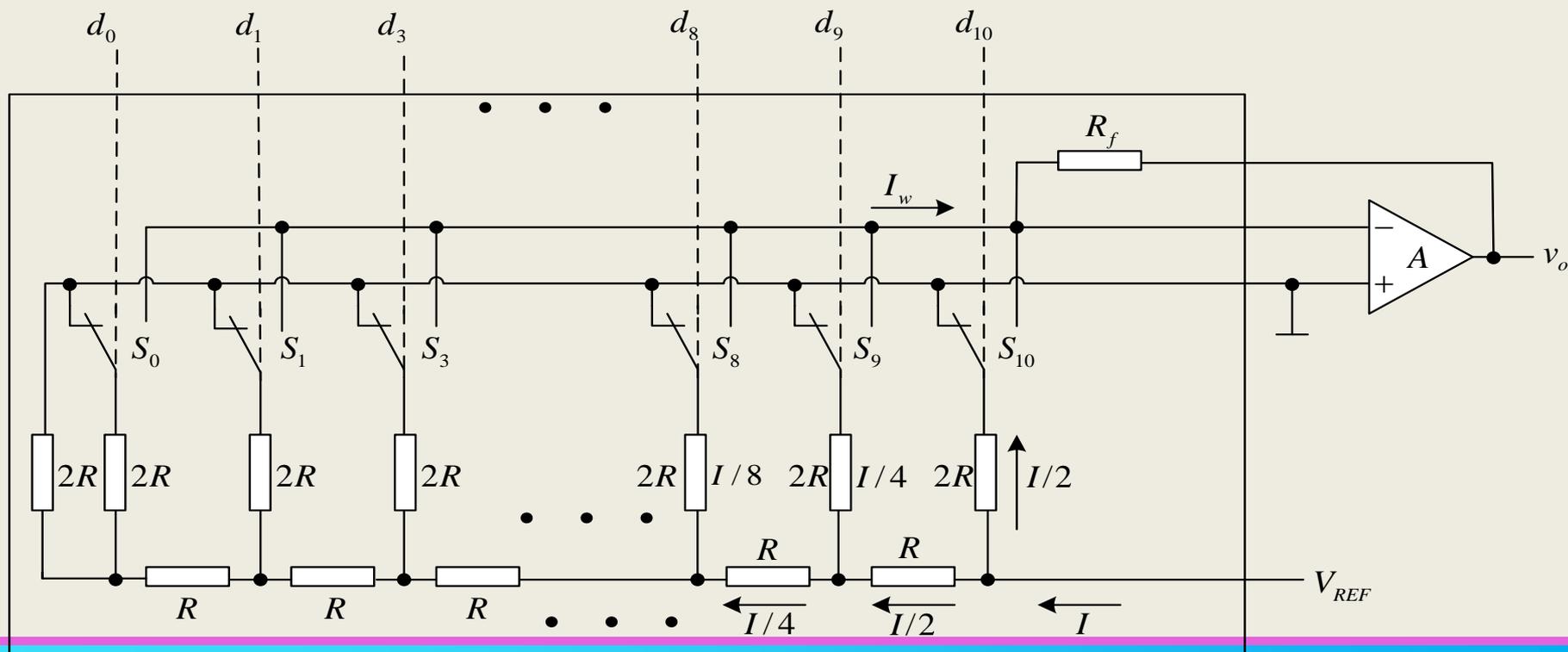
记忆电路—存储已编码结果，通过7/11变换电路。

5.5.3 电话信号的编译码器

最小量化间隔=1/2048，（1个量化单位）。

非线性码为7位码；

$2048=2^{11}$ ，需要11位线性码。



5.5.3 电话信号的编译码器

恒流源实际上是一个数模转换器，其输出由输入的11位数字信号决定。

以一个倒T形电阻网络数模转换器为例：

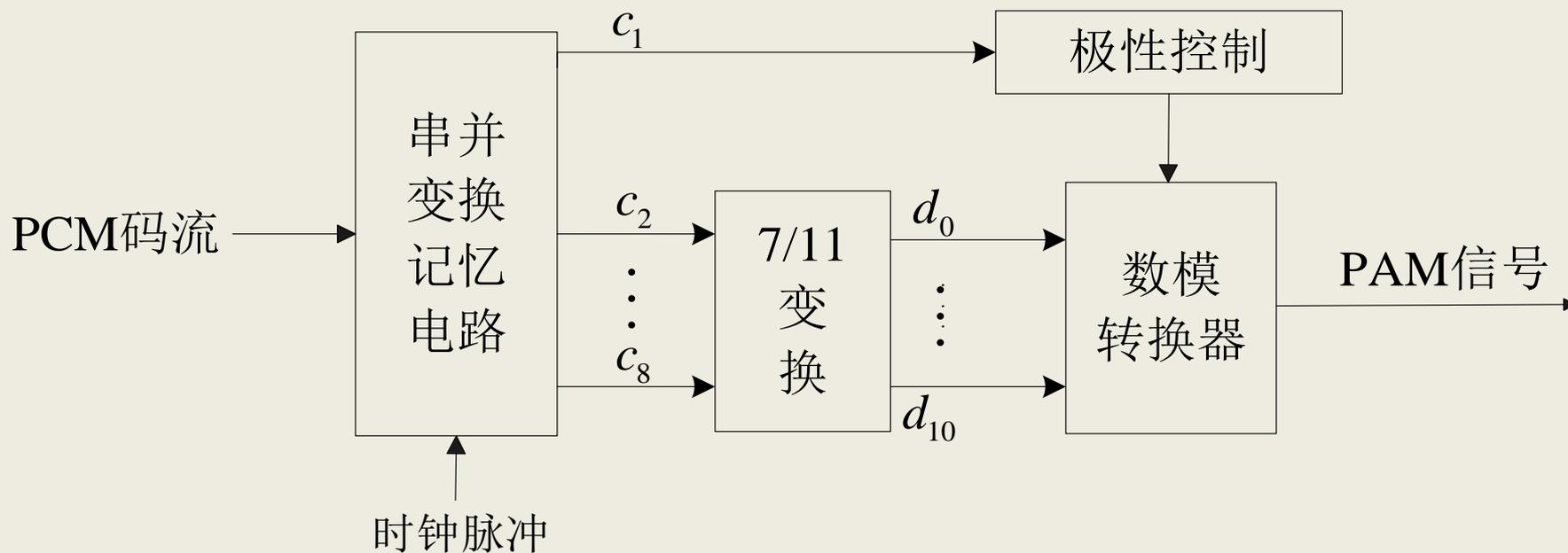
$$I_w = \frac{V_{REF}}{2^{11} R} \sum_{i=0}^{10} (d_i \cdot 2^i), \quad i = 0, 1, \dots, 10$$

量化值等于量化区间的左端点，这样的量化规则不是最佳的，量化噪声也不是最小的。

实际编码器中，本地译码器是将8位非线性码（含符号位）转换为13位线性码，这样将量化间隔缩小了一半，等价于量化输出为**量化区间的正中间**。

5.5.3 电话信号的编译码器

电话信号接收译码器原理框图

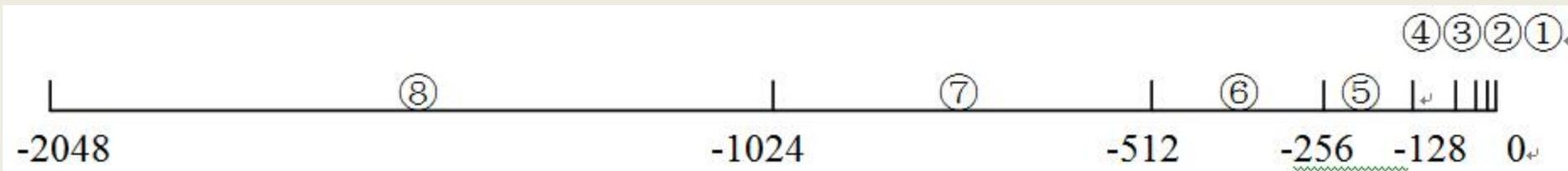


5.5.3 电话信号的编译码器

例：设输入电话信号抽样值为 -1290 个量化单位，

1) A律13折线特性8bit非线性编码，2) 量化输出。

解：



完整的编码结果 = 01110100

量化输出值位于第8段内的第4小段，区间为 $(-1280) - (-1344)$ ，量化输出该区间的中间值 -1312 。

量化误差 = $|-1312 - (-1290)| = 22$ (量化单位)



5.6 PCM系统的抗噪声性能

5.6.1 概述

PCM系统的噪声来源主要有两方面：

误码噪声和**量化噪声**，二者相互独立。

误码噪声分析：

在一个码组中，由于码位的权值不同，因而误码位置不同所带来的误差也不同。

例：码组“1000” → “0000”

自然二进制码误差电平为 $0.5 - (-7.5) = 8$

折叠二进制码误差电平为 $0.5 - (-0.5) = 1$ 。

误码噪声功率—将所有码位错码的误差功率求平均。

5.6.2 自然二进制码的误码噪声功率

在一个线性PCM码组中，第*i*位发生误码所产生的噪声电平的绝对值为 $2^{i-1} \Delta v$ ， $i=1,2,\dots,N$ 。

$i=1$ 对应码组最低位， $i=N$ 对应码组最高位，误码的位置越高，所带来的误差越大。

对一个*N*位线性PCM码组，每位误码所产生的噪声功率的平均值：

$$\begin{aligned}\bar{N}_e &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (2^{i-1} \Delta v)^2 = \frac{1}{N} \frac{(2^2 - 1) \sum_{i=1}^N (2^{i-1} \Delta v)^2}{(2^2 - 1)} \\ &= \frac{1}{N} \frac{(\Delta v)^2 (4^N - 1)}{4 - 1} = \frac{2^{2N} - 1}{3N} (\Delta v)^2 \\ &\approx \frac{2^{2N}}{3N} (\Delta v)^2\end{aligned}$$



5.6.2 自然二进制码的误码噪声功率

一个N位线性PCM码组发生错误的概率为 NP_e ，故误码噪声功率为：

$$N_e = NP_e \bar{N}_e = NP_e \frac{2^{2N}}{3N} (\Delta v)^2 = \frac{2^{2N}}{3} P_e (\Delta v)^2$$

5.6.3 折叠二进制码的误码噪声功率

折叠二进制码的最高位是极性码，极性码误码时产生的误差电平不是固定不变的。

折叠码的最中间两组码，误码噪声电平为 $\pm\Delta v$ 。

在最两端的两组极性码的误码噪声电平为 $\pm(2^N - 1)\Delta v = \pm(M - 1)\Delta v$

极性码的平均噪声电平为

$$\sqrt{\frac{2}{M} [(\Delta v)^2 + (3\Delta v)^2 + (5\Delta v)^2 + \dots + (M - 1)^2 (\Delta v)^2]} = \sqrt{\frac{M^2 - 1}{3}} (\Delta v)$$

误码噪声功率

(是自然二进制码的1.25倍)

$$N_e = \frac{5}{4} \left(\frac{2^{2N}}{3} \right) P_e (\Delta v)^2$$

5.6.4 PCM系统的输出信噪比

对于双极性模拟基带信号，值域 $-a \sim a$ ，均匀分布。信号的平均功率 S_0 。

$$S_0 = \frac{M^2}{12} (\Delta v)^2 = \frac{2^{2N}}{12} (\Delta v)^2$$

均匀量化的噪声功率

$$N_q = \frac{(\Delta v)^2}{12}$$

PCM系统总的输出信噪比

$$\frac{S_0}{N} = \frac{S_0}{N_q + N_e}$$

对于自然二进制码

$$\frac{S_0}{N} = \frac{S_0}{N_q + N_e} = \frac{\frac{2^{2N}}{12} (\Delta v)^2}{\frac{2^{2N}}{3} P_e (\Delta v)^2 + \frac{(\Delta v)^2}{12}} = \frac{2^{2N}}{1 + 2^{2N+2} P_e}$$

5.6.4 PCM系统的输出信噪比

量化噪声为主要影响时 $\frac{S_0}{N} \approx 2^{2N}$

误码噪声为主要影响时 $\frac{S_0}{N} \approx \frac{1}{4P_e}$

对于折叠二进制码

$$\frac{S_0}{N} = \frac{S_0}{N_q + N_e} = \frac{\frac{2^{2N}}{12} (\Delta v)^2}{\frac{5}{4} \left(\frac{2^{2N}}{3} \right) P_e (\Delta v)^2 + \frac{(\Delta v)^2}{12}} = \frac{2^{2N}}{1 + 5 \times 2^{2N} \times P_e}$$

量化噪声为主时 $\frac{S_0}{N} \approx 2^{2N}$

误码噪声为主时 $\frac{S_0}{N} \approx \frac{1}{5P_e}$

5.6.4 PCM系统的输出信噪比

定量分析量化信噪比和误码信噪比:

当 $N=8$ 时, 量化信噪比 $\frac{S_0}{N_q} = 2^{2N} \approx 6.6 \times 10^4$ 。

对比当 $P_e = 10^{-6} \sim 10^{-5}$

自然二进制码: $\frac{S_0}{N_e} = \frac{1}{4P_e} = 2.5 \times 10^4 \sim 2.5 \times 10^5$

折叠二进制码: $\frac{S_0}{N_e} = \frac{1}{5P_e} = 2 \times 10^4 \sim 2 \times 10^5$

当 $P_e < 10^{-6}$ 时, 可以忽略误码噪声;

当 $P_e > 10^{-5}$ 时, 可以忽略量化噪声。

5.7 差分脉冲编码调制DPCM

PCM编码并未考虑到前后抽样值之间的**相关性**。

若利用这种相关性，则可以降低数字语音的信息速率。

差分脉冲编码调制（**DPCM**: Differential Pulse Code Modulation）的基本思想是：

不是直接对样值进行编码，而是对当前的样值与其预测值之间的**差值**进行编码。

由于差值的幅度范围一般远小于原信号的幅度范围，在保证同样的量化性能的情况下，可以减少编码位数，从而降低信息传输速率，单位bps。

5.7 差分脉冲编码调制DPCM

线性预测是常用的预测方法，它是用前面若干个抽样值的线性加权和来预测当前样值。

设模拟基带信号表示为 $m(t)$ ，第 k 个抽样值表示为 m_k ，其预测值表示为 \hat{m}_k 。

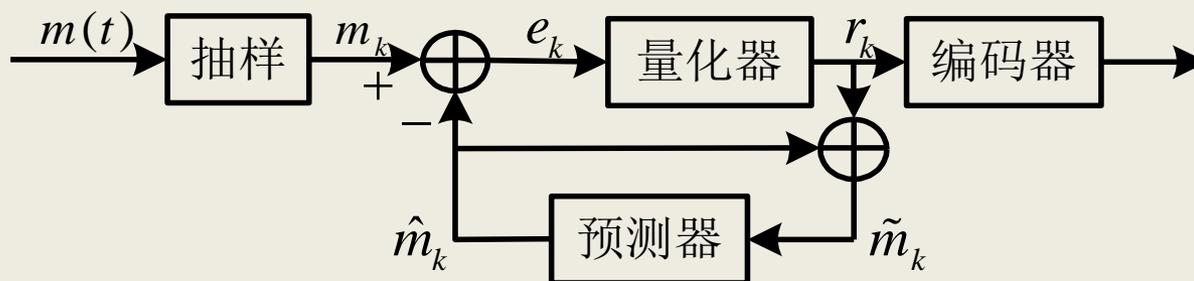
线性预测表达式如下：

$$\hat{m}_k = \sum_{i=1}^p a_i m_{k-i}$$

其中， a_i 是预测系数， P 是预测阶数，预测值与前面 P 个抽样值有关。

5.7 差分脉冲编码调制DPCM

线性预测编码器原理框图



图中， $e_k = m_k - \hat{m}_k$ 是**预测误差**， r_k 是**预测误差的量化值**。

\tilde{m}_k 的物理意义：先假定量化器的量化误差为零 $e_k = r_k$ ，
则

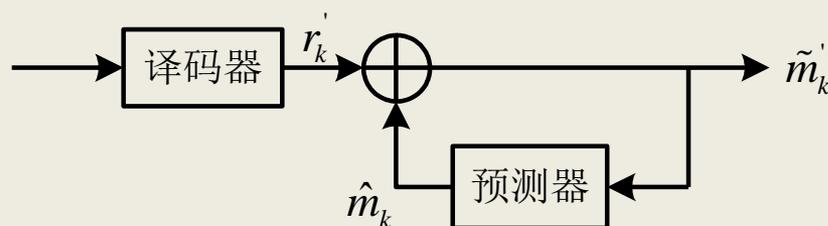
$$\tilde{m}_k = r_k + \hat{m}_k = e_k + \hat{m}_k = (m_k - \hat{m}_k) + \hat{m}_k = m_k$$

实际中量化误差总是存在的，因此 \tilde{m}_k 可以看成是带有量化误差的抽样信号 m_k 。

编码器是对预测误差 e_k 进行编码。

5.7 差分脉冲编码调制DPCM

线性预测译码器结构:



译码器中的预测器和编码器的预测器相同，预测输出等于 \hat{m}_k 。

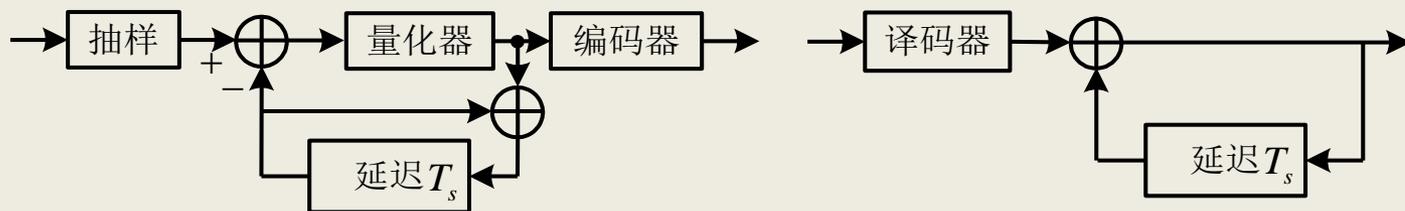
在传输无误码的情况下， $r_k = r'_k$ ，此时译码输出的信号 \tilde{m}'_k 的表达式： $\tilde{m}'_k = r'_k + \hat{m}_k = r_k + \hat{m}_k = \tilde{m}_k$

\tilde{m}'_k 可以看成是带有量化误差的抽样值。

DPCM使用**一阶线性预测**，即将前一个抽样值当作预测值，对抽样值和预测值之间的差值进行编码，这也是术语差分脉冲编码调制DPCM的由来。

5.7 差分脉冲编码调制DPCM

DPCM编码器和译码器的原理框图， T_s 为抽样周期。



(a) 编码器

(b) 译码器

预测误差的不同所带来的量化噪声分以下情况：

第一种情况，预测误差 e_k 范围限制在 $(-\sigma, +\sigma)$ 范围内。对预测误差进行量化。这种情况下的噪声称为**一般量化噪声**。

第二种情况，若相邻抽样值之间的变化超过 $(-\sigma, +\sigma)$ ，或者说信号的斜率超过 σ/T_s ，这种情况称为**过载失真**。这种情况下的噪声称为**过载量化噪声**。



5.7 差分脉冲编码调制DPCM

语音信号是非平稳信号，其统计特性随时间而不断变化。

信号预测和量化器参数最好能根据输入信号**自适应变化**。

自适应差分脉冲编码调制或称**ADPCM** (Adaptive DPCM) 就是基于以上思路的DPCM的改进体制。

一方面采用自适应预测级数；另一方面量化器的量化等级、量化电平也随信号自适应调整。



5.8 增量调制DM

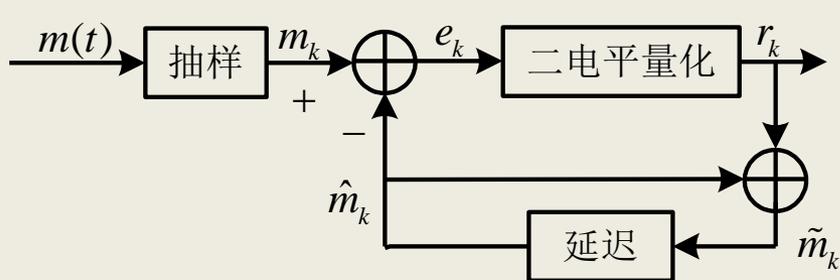
增量调制DM (Delta Modulation) 是继PCM之后推出的一种简单的模拟信号数字化方法。

DM是1946年由法国工程师De Loraine提出，又称 ΔM 。

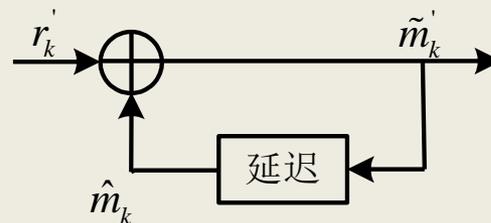
DM可以看成是**特殊的DPCM**，在DPCM中对预测误差进行一位二进制编码时，就是DM。

1bit编码输出对应的量化电平是 $+\sigma$ 或 $-\sigma$ ，分别表示预测误差的极性，是正或负。

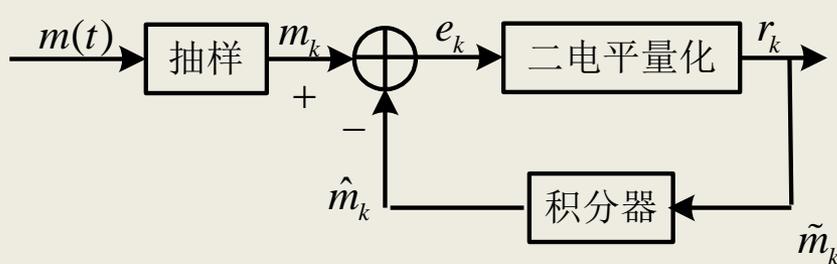
5.8 增量调制DM



(a)



(b)



(c)



(d)

DM编码器和译码器

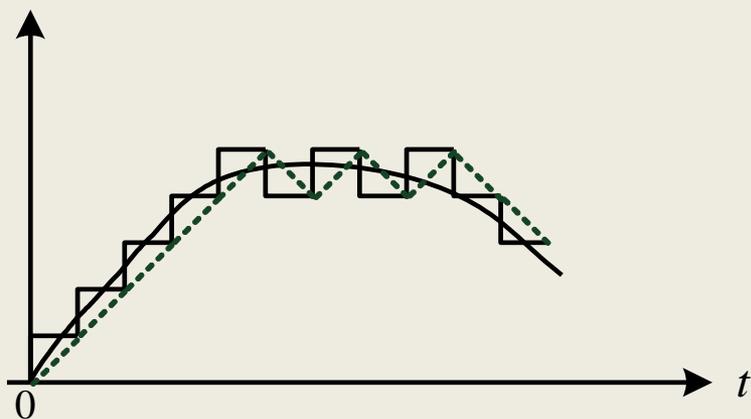
- (a) 编码器形式1; (b) 译码器形式1;
 (c) 编码器形式2; (d) 译码器形式2

5.8 增量调制DM

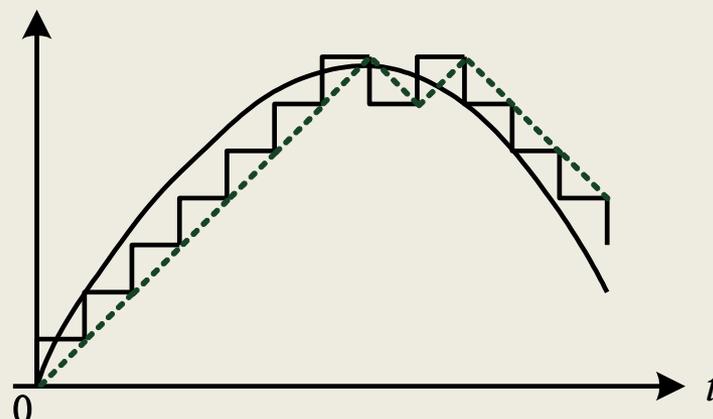
DM是用增或减 σ 电平的阶梯波去近似原连续信号。为简单起见，通常用积分器代替延迟和相加电路，积分器输出在 T_s 期间信号的变化量。

量化误差分为两种情况：

一般量化和过载量化。



(a) 一般量化



(b) 过载量化

5.8 增量调制DM

例：DM编码过程。

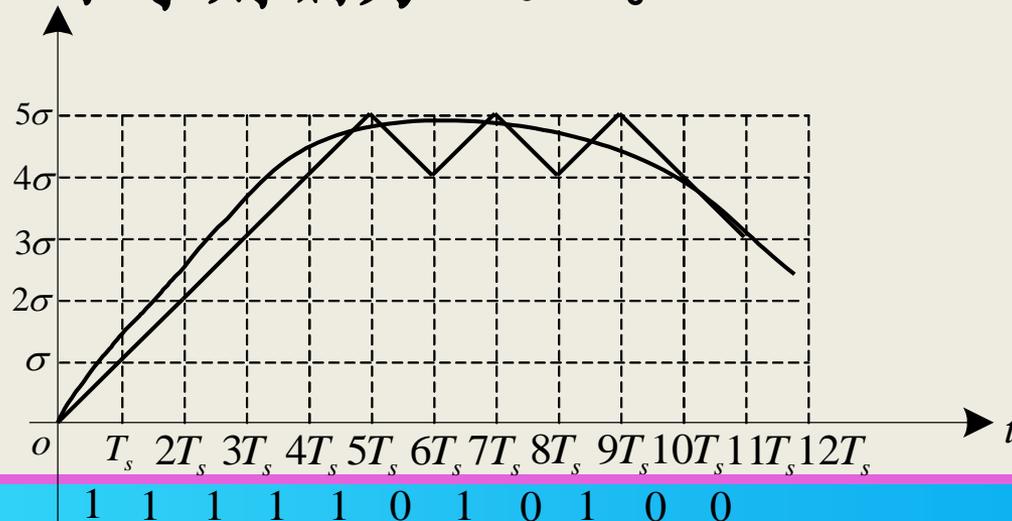
第一个抽样值是需要直接编码的，后面则只需要对差值编码。

假设第一个编码输出为“1码”。

后面码元的编码规则：若预测值大于实际抽样值，编为“1”码；小于则编为“0”。

编码输出为

11111010100...



5.8 增量调制DM

译码器内的积分器同编码器。

译码器将二进制码还原为锯齿波形，然后通过低通滤波器，产生接近原始模拟语音的模拟信号。

针对实际信号的随机变化情况，DM调制有**改进形式**：适应DM和增量总和调制。

前者是使量阶 σ 的大小适应输入信号的统计特性，信号变化快则采用大的量阶，反之亦然。

后者将原始信号先积分再进行DM调制，更有利于处理变化速率快的信号。

DM常用于卫星通信和军事通信。

5.9 PCM信号的时分复用和复接

5.9.1 复用和复接的概念

复用：是指多个用户共用同一物理信道，从而提高信息传输效率的技术。

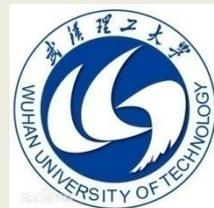
时分复用 (TDM)

频分复用 (FDM)

波分复用 (WDM)

码分复用 (CDM)。

以不同的方式使各路信号不重叠，以便接收端能够正常分离各路信号。



5.9.1 复用和复接的概念

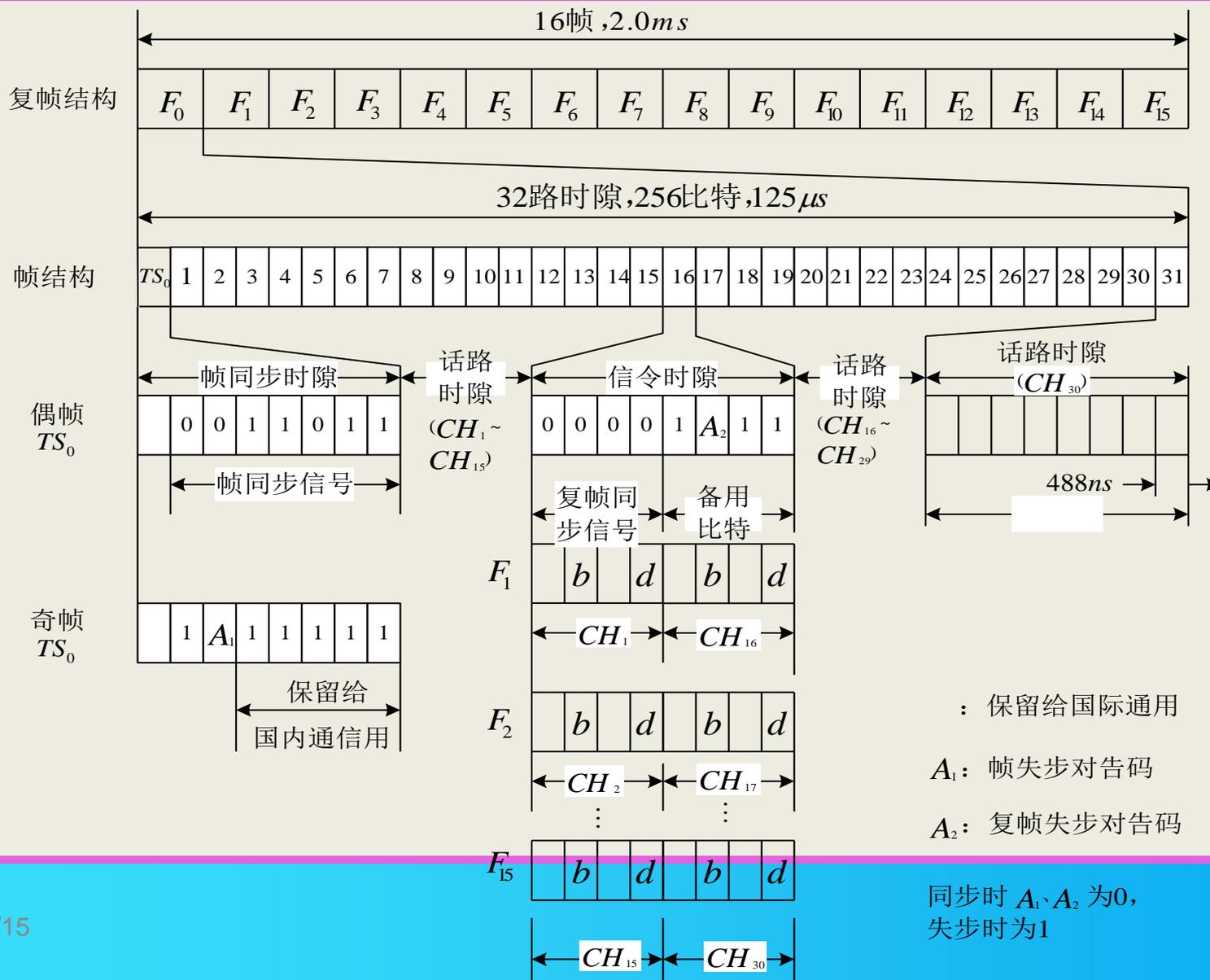
国际上通行的PCM标准有**PCM30/32路A律**标准和**PCM24路 μ 律**标准，我国采用前者。

数字“32”表示32路复用，“30”表示电话用户数。32路的复用信号称为一个**PCM基群**，其中的30路用来分配给电话用户，2路用于必要的同步信号和信令。

基群可以汇集成二次群、二次群汇成三次群等等。将低次群汇成高次群的过程称为**复接**，反之，将高次群还原成低次群称为**分接**。

对于TDM系统，**同步**信号是保证通信系统正常工作和数字信号能正确接收的必要条件。

5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列



5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列

一帧的时长：抽样周期 $1/8000=125 \mu\text{s}$ 。

有以下定量关系：

PCM基群的每帧分为32个时隙 $TS_0、TS_1\dots TS_{31}$ 。

每个话路占一个**时隙** $125/32 \approx 3.906 \mu\text{s}$ 。

因为每路的抽样值还要编成为八位二进制码，所以**码元周期**为 $3.906/8 \approx 0.488 \mu\text{s}$ 。

基群的**码元速率**为 $8000 \times 32 \times 8 = 2048 \text{ bps}$ 。

PCM每16帧构成**复帧**，复帧时长 $125 \mu\text{s} \times 16 = 2 \text{ ms}$ 。

5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列

各时隙的作用:

$TS_1 \sim TS_{15}$ 、 $TS_{17} \sim TS_{31}$ 为30个话路时隙。

TS_0 为帧同步时隙。

偶数帧的 TS_0 时隙插入帧同步码组 “ $\times 0011011$ ”

“ \times ” 保留作国际通用。

奇数帧插入码组 “ $\times 1A_1 11111$ ”

第1位 “ \times ” 的作用同前。

第2位 “1” 是奇数帧标志

第3位的 “ A_1 ” 用于远端告警，正常时为0

最后5位用于网络维护和性能监测，不用时置1。

5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列

TS_{16} 为**信令时隙**，信令是电话网话音传输中必不可少的控制信号，其作用相当于计算机网络的协议控制信息，在电信网中叫做**信令**（Signal）。

信令实现电话呼叫的建立、监控（Supervision）和拆除（Teardown）。

TS_{16} 的8bit可提供两路4bit信令。

一个复帧的16个 TS_{16} 共32个4bit通道。

复帧 F_1 的两个通道中，4bit用于复帧同步，另外4bit中 A_2 用于远端告警，其它比特备用，不用时置1。

复帧 $F_1 \sim F_{15}$ 的 TS_{16} 用于传送30路信令。



5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列

将PCM低次群信号合并成高次群信号的过程称为复接，反过来的过程称为分接，分接是将低次群信号从高次群分离出来的过程。

在PCM数字复接中，通常是4个低次群复接为1个高次群。

对于高次群复接设备，统一各路输入信号的时钟（同步），是非常关键的技术。

ITU制定了**两类同步数字体系**：准同步复接**PDH**和同步复接**SDH**。

5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列

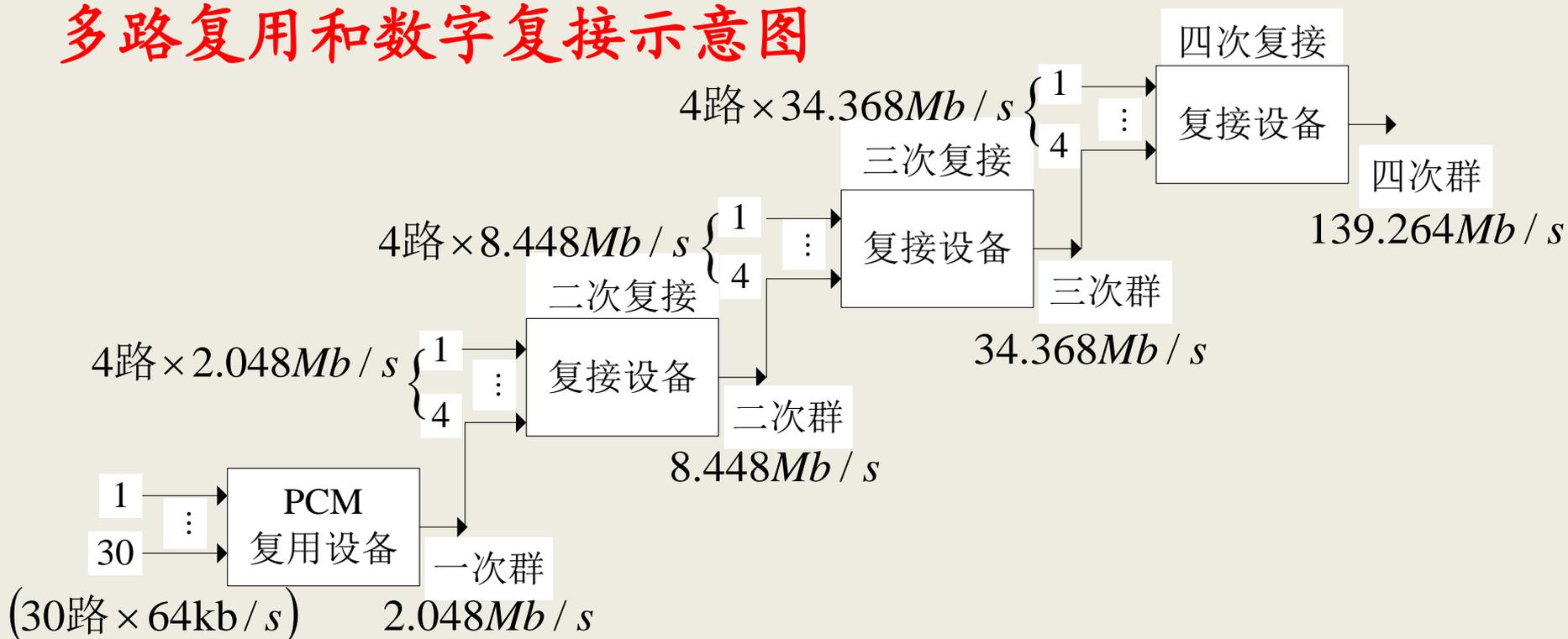
PDH有基群、二次群、三次群、四次群、五次群，
两个体系：A律对应E体系， μ 律对应T体系。

SDH的传输模块有STM-1、STM-4、STM-16、
STM-64、STM-256。

| 群路等级 | | μ 律（北美、日本） | | A律（欧洲、中国） | |
|------|---------|------------------|-----------|---------------|------|
| | | 信息速率 /kbps | 电话路数 | 信息速率 /kbps | 电话路数 |
| PDH | 基群 | 1544 | 24 | 2048 | 30 |
| | 二次群 | 6312 | 96 | 8448 | 120 |
| | 三次群 | 32064或 44736 | 480或672 | 34368 | 480 |
| | 四次群 | 97728或 274176 | 1440或4032 | 139264 | 1920 |
| SDH | | 信息速率/kbps | | | |
| | STM-1 | 155520 | | | |
| | STM-4 | 622080 | | | |
| | STM-16 | 2488320 | | | |
| | STM-64 | 9953280 | | | |
| | STM-256 | 39813120 | | | |

5.9.2 PCM基群帧结构及数字复接系列

多路复用和数字复接示意图



A律一次群传输30路信号（2048kbps），二次群则传输120路信号（8448 kbps）， $8448 \text{ kbps} > 2048 * 4 = 8192 \text{ kbps}$ 。



5.9.3 数字复接技术PDH和SDH

对于PDH数字复接，以A律二次群的形成为例。四个基群信号的标称速率均为2048 kbps，允许变化范围为2048kbps \pm 102.4bps，各基群的时钟独立。

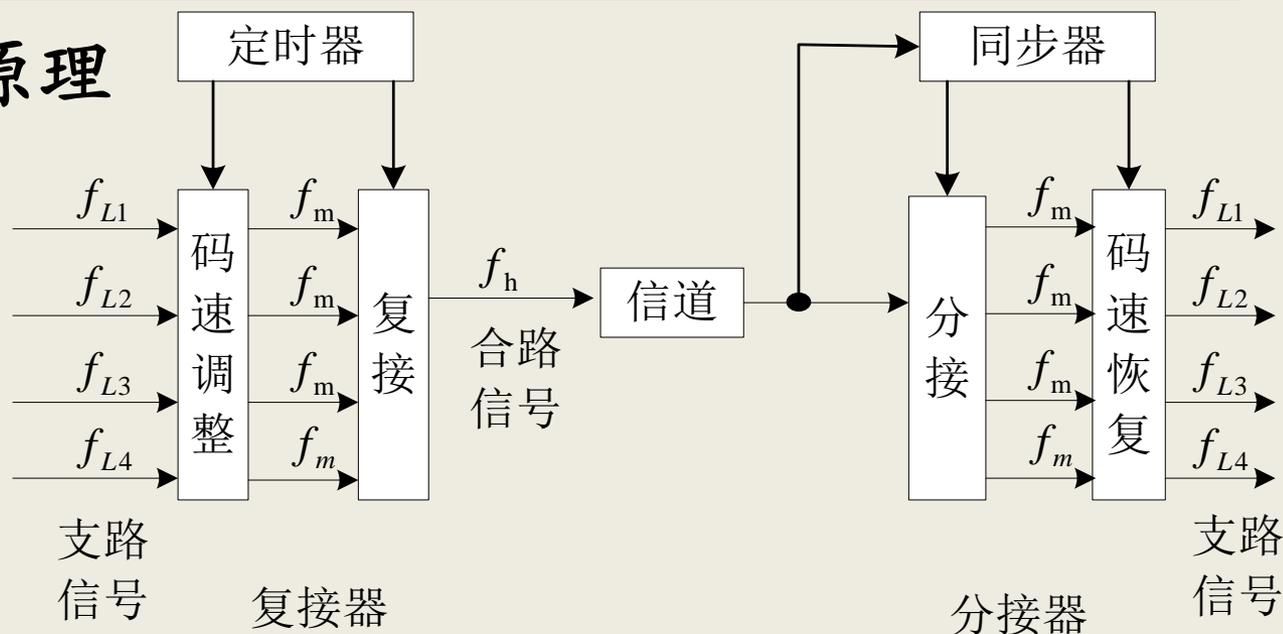
为了保证在复接时能正确无误地传输各路信息，必须采用**码速调整技术**。

码速调整有正码速调整、负码速调整和正负码速调整等几种，最常用的是**正码速调整**。

正码速是先将各基群的码速调整到一个统一的较高的码速上，然后再将四个低次群按位复接（又称为比特复接，即复接时每支路依次复接一个比特）变成一个高次群。

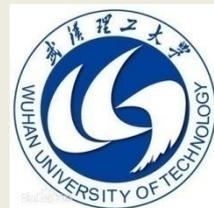
5.9.3 数字复接技术PDH和SDH

PDH复接系统原理



f_{L1} 、 f_{L2} 、 f_{L3} 、 f_{L4} 是四路低次群的码速，一般不是严格相等。

经过码速调整后，码速均为 f_m (2112kbps)， f_h (8448kbps) 为复接后合路信号的码速。



5.9.3 数字复接技术PDH和SDH

PDH体系有不同标准：A律E体系，律T体系。

不利于国际互通，且无法对高速信号直接上或下低速支路信号。

1985年贝尔通信研究中心提出了一种新的TDM体系，ITU在此基础上制定出同步数字体系SDH。

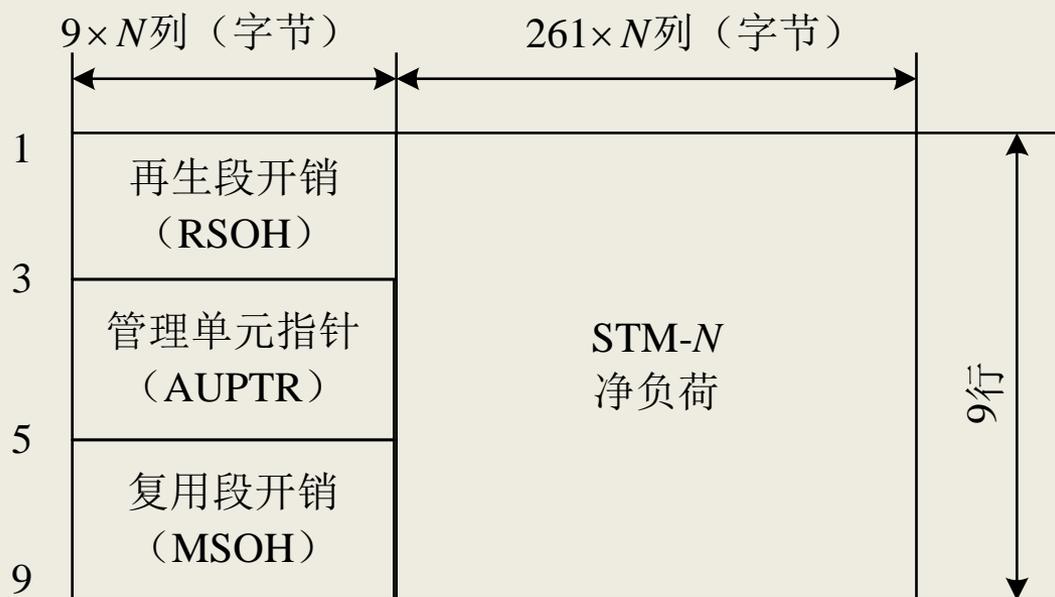
SDH的特点是：

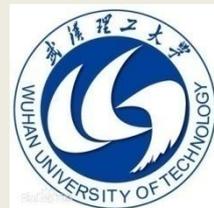
- 1) 整个网络采用同一个极精确的时间标准；
- 2) 信息以同步传送模块的块状信息结构组织传输；
- 3) 能方便地由高速信号插入或分出低速信号；
- 4) 具有兼容性，既可以异步复用，又可以同步复用。

5.9.3 数字复接技术PDH和SDH

STM-N的帧结构的每一帧9行、 $270 \times N$ 列字节，每列宽度为一个字节（8比特），信息的发送按照从左到右、从上到下的顺序。

STM-N的帧结构





5.9.3 数字复接技术PDH和SDH

帧结构中包含净负荷区、段开销和管理单元指针三部分。

净负荷区用于存放真正用于信息业务的比特和少量的用于通道维护管理的开销字节。

段开销主要用于网络的运行、管理、维护及指配，具体包括：1) 同步，包括帧定位和同步状态；2) 通信，包括音频和数据通信；3) 性能监视，包括误码特性；4) 国际与地区使用分区等。

管理单元指针用来指示净负荷区内的信息首字节在STM-N帧内的准确位置，以便接收时能正确分离净负荷。

5.10 帧同步

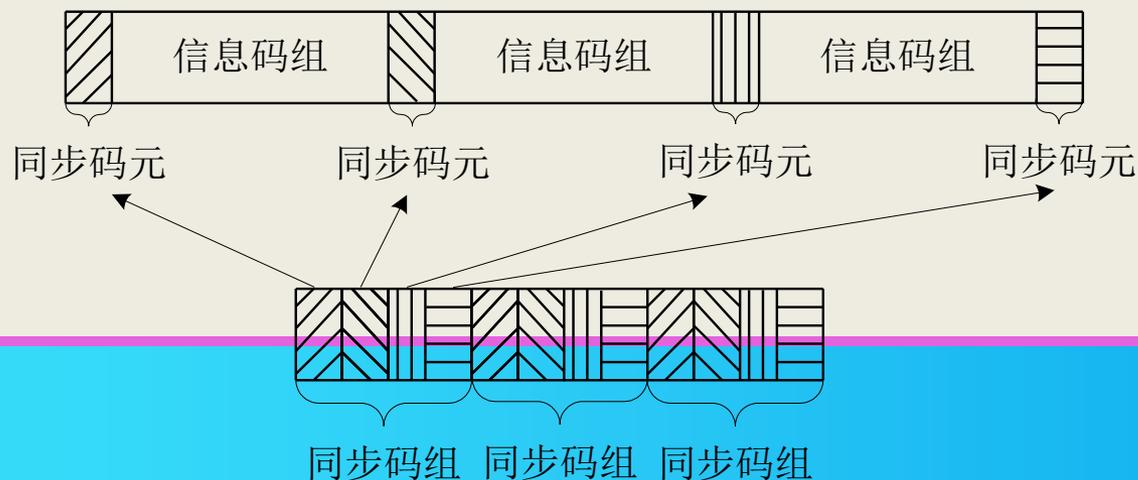
5.10.1 帧同步码的插入方式

帧同步码插入方式：集中插入法和分散插入法。

集中插入法： A律PCM系统和大多数TDM系统



分散插入法： 在 μ 律基群和一些简单的DM系统。



5.10.2 帧同步码

帧同步码要求具有特殊的自相关性质。

自相关函数（局部自相关函数）

$$R(j) = \sum_{i=1}^{n-j} x_i x_{i+j}$$

n 是码组长度， $j = 0, 1, 2, \dots, n-1$

帧同步码的 $R(j)$ 要求具有尖锐的自相关性质：

当 $j = 0$ 时， $R(j) = n$ ；当 $j \neq 0$ 时， $R(j)$ 较小。

以巴克码为例：

$$R(j) = \sum_{i=1}^{n-j} x_i x_{i+j} = \begin{cases} n, & j = 0 \\ 0 \text{ or } \pm 1, & 0 < j < n \\ 0, & j > n \end{cases}$$

5.10.2 帧同步码

巴克码组（注：+代表+1，-代表-1）

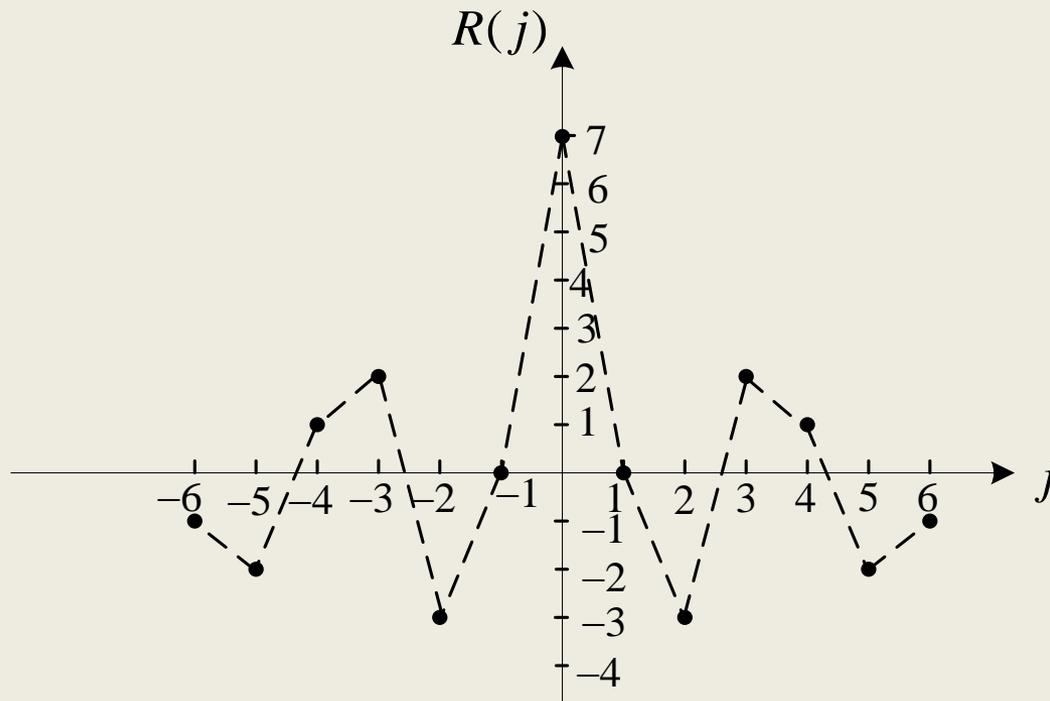
| n | 巴克码组 |
|-----|---------------------------------|
| 2 | ++ (11) , +- (10) |
| 3 | ++- (110) |
| 4 | +++ - (1110) , ++-+ (1101) |
| 5 | +++ -+ (11101) |
| 7 | +++ --+ - (1110010) |
| 11 | +++ ---+ --+ - (11100010010) |
| 13 | +++++ --++-+ -+ (1111100110101) |

5.10.2 帧同步码

A律PCM基群中采用的帧同步码为“**0011011**”。

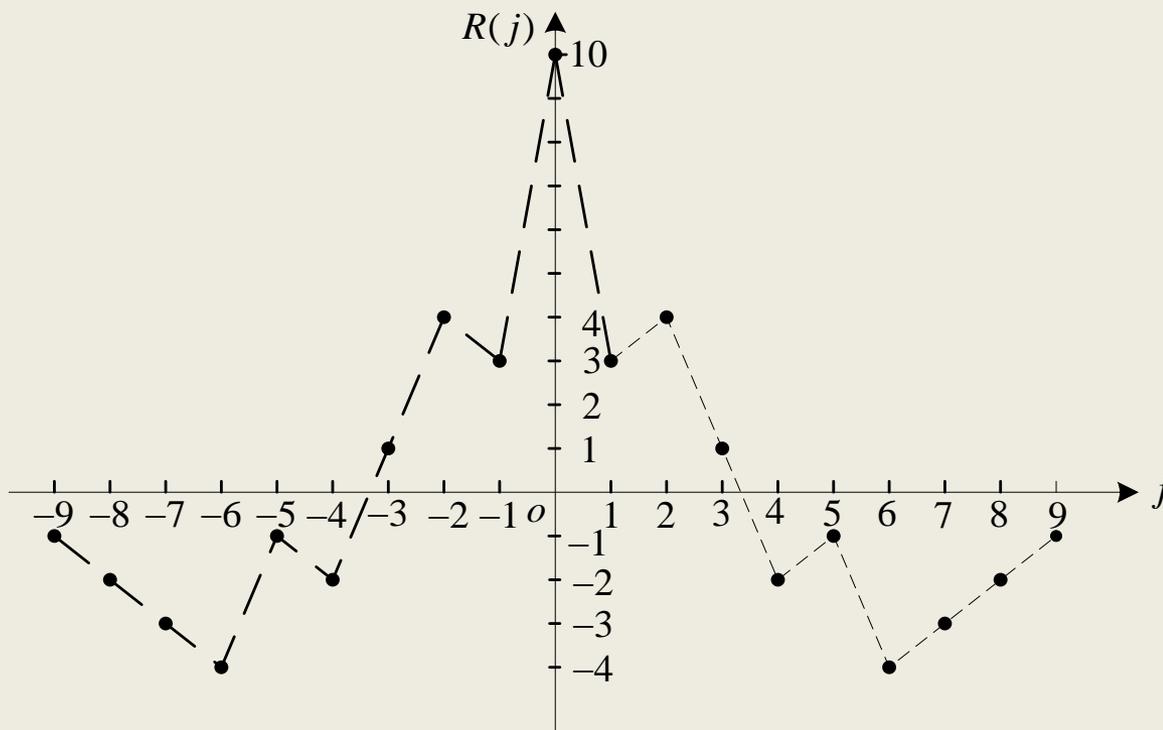
局部自相关函数是偶函数， $R(+j) = R(-j)$ 。

PCM基群帧同步码的局部自相关曲线。



5.10.2 帧同步码

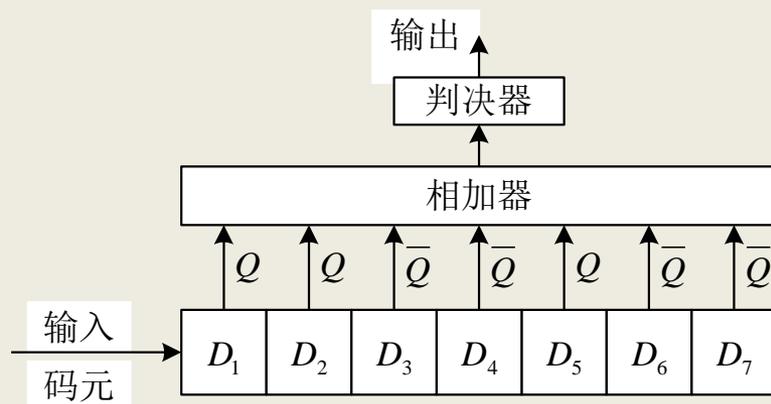
PCM二、三次群的帧同步码为“1111010000”，
其局部自相关曲线：



5.10.3 帧同步码的识别

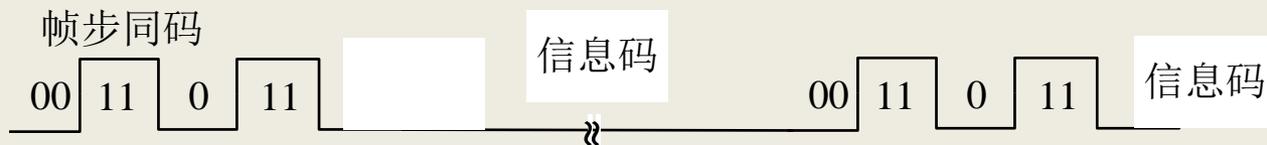
帧同步码识别器由移位寄存器、相加器和判决器组成。

以基群帧同步码“0011011”为例。

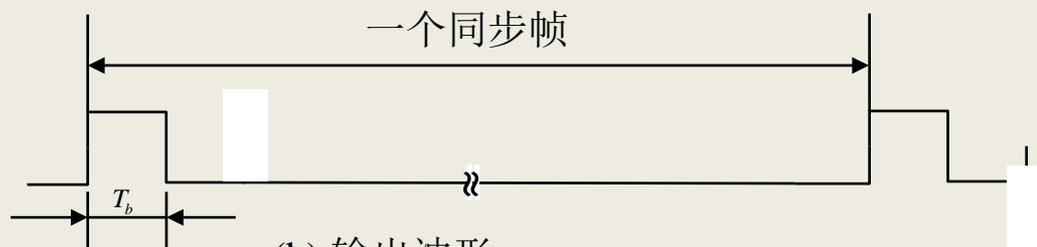


当帧同步码“0011011”从左至右全部移入寄存器，相加器输入7个“1”，只要判决器判决门限小于7，比如设5，则识别出帧同步码，输出一个正脉冲。

5.10.3 帧同步码的识别



(a) 输入波形



(b) 输出波形

若信息序列中正好有连续位与帧同步码相同，则识别器也会输出正脉冲，这种现象称为**假同步**。

还有一种现象叫**漏同步**。若识别器判决门限设为 γ ，则当同步码中有错码时，就不能被识别。

判决门限高有利于防止假同步，但不利于防止漏同步，需要综合考虑去确定判决门限。