

## 4.5.2 费诺 (Fano) 编码

- 费诺 (Fano) 编码也是构造一个码树，因此，编出的码是非续长码，但不一定是最佳码。
- 费诺编码步骤 (以二进制编码为例):
  - (1) 将信源符号按概率从大到小的排序;
  - (2) 将信源符号分成2组，使2组信源符号的概率之和近似相等，并给2组信源符号分别赋码元“0”和“1”;
  - (3) 接下来再把各小组的信源符号细分为2组并赋码元，方法与第一次分组相同;
  - (4) 如此一直进行下去，直到每一小组只含一个信源符号为止;
  - (5) 由此即可构造一个码树，所有终端节点上的码，字组成费诺码。

$$\begin{bmatrix} U \\ P_U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 \\ 0.20 & 0.19 & 0.18 & 0.17 & 0.15 & 0.10 & 0.01 \end{bmatrix}$$

2进制费诺编码。

码元集:  $X=\{0, 1\}$

符号 $u_i$	概率 $P(u_i)$		码字 $W_i$	码长 $l_i$
$u_1$	0.20			
$u_2$	0.19			
$u_3$	0.18			
$u_4$	0.17			
$u_5$	0.15			
$u_6$	0.10			
$u_7$	0.01			

$$\bar{l} = \sum_{i=1}^7 P(u_i) l_i = 0.20 \times 2 + 0.19 \times 3 + 0.18 \times 3 + 0.17 \times 2 + 0.15 \times 3 + 0.10 \times 4 + 0.01 \times 4 = 2.74 \text{ 码元/符号}$$

$$H(U) = -\sum_{i=1}^7 P(u_i) \log P(u_i) = 2.61 \text{ bit/符号}$$

$$\eta_c = \frac{H(U)}{\bar{l} \log r} = \frac{2.61}{2.74 \times \log 2} = 95\%$$

## 4.5.3 香农编码

香农(Shannon)编码步骤(以二进制编码为例):

- (1) 将信源符号按概率从大到小的排序;
- (2) 按下式求第 $i$ 个信源符号对应的码字的码长 $l_i$ , 并取整;

$$-\log P(u_i) \leq l_i < -\log P(u_i) + 1$$

- (3) 按下式求 $i$ 个信源符号的累加概率 $P_i$ ;

$$\begin{cases} P_1 = 0 \\ P_i = \sum_{k=1}^{i-1} P(u_k) \quad i = 2, 3, \dots, q \end{cases}$$

- (4) 将累加概率 $P_i$ 转换成二进制数;
- (5) 取 $P_i$ 二进制数小数点后 $l_i$ 个二进制数字作为第 $i$ 个信源符号的码字。

对给定信源  $\begin{bmatrix} U \\ P(u_i) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 \\ 0.2 & 0.19 & 0.18 & 0.17 & 0.15 & 0.10 & 0.01 \end{bmatrix}$

进行 $r=2$ 进制香农编码。

消息符号 $u_i$	消息概率 $p_i$	$-\log p_i$	码长 $l_i$	累加概率	码字 $w_i$
$u_1$	0.20	2.34	3	0	000
$u_2$	0.19	2.41	3	0.2	001
$u_3$	0.18	2.48	3	0.39	011
$u_4$	0.17	2.56	3	0.57	100
$u_5$	0.15	2.74	3	0.74	101
$u_6$	0.10	3.34	4	0.89	1110
$u_7$	0.01	6.66	7	0.99	111110

$\bar{l} = 3.14$  码元/符号,  $\eta_c = 83.1\%$

# 比较

$$\begin{bmatrix} U \\ P_U \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} u_1 & u_2 & u_3 & u_4 & u_5 & u_6 & u_7 \\ 0.20 & 0.19 & 0.18 & 0.17 & 0.15 & 0.10 & 0.01 \end{bmatrix}$$

	霍夫曼编 码	费诺编 码	香农编 码
平均码长 (码元/符号)	2.72	2.74	3.14
编码效率	95.96%	95.3%	83.1%