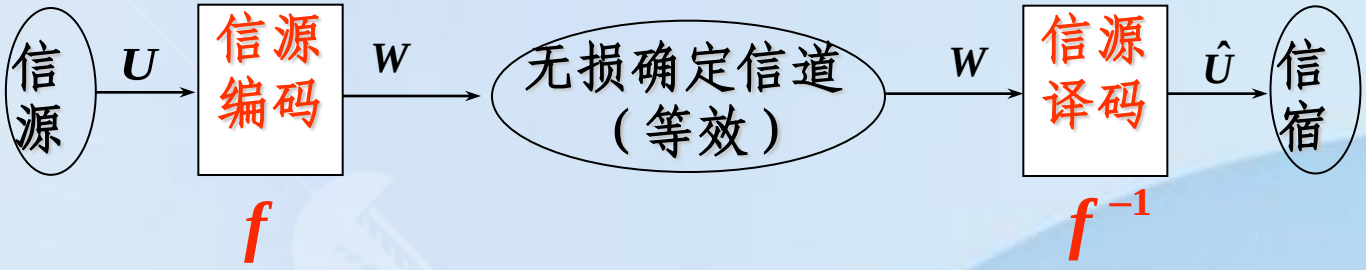
4.2 码的唯一可译性



- f 为一一对应的变换，只是无失真编码的必要条件，并不充分；
- 要保证将码元序列无失真地恢复成信源符号序列，还要求编出的码自身具有独特的结构。
- 有实用价值的码应该具有唯一可译性，即能从码字序列（也是码元序列）唯一地恢复成信源符号序列。
- *举例：下雨天留客天留我不留*

1、唯一可译码（UDC，Uniquely Decodable Code）

- 唯一可译码（UDC）：该码的码字组成的任意有限长码字序列（也是码元序列）都能恢复成唯一的信源序列。否则称为非唯一可译码。
- 码是唯一可译码的充分必要条件是：由码中的码字组成的任意有限长的码字序列（也是码元序列），都能唯一划分成一个个的码字，且任一码字只与唯一一个信源符号对应。
- 奇异码：含相同码字的码。否则称为非奇异码。
- 非续长码：码中任一码字都不是另一码字的续长(延长)。否则为续长码。
- 非及时码：如果接收端收到一个完整的码字后，不能立即译码，还需等下一个码字开始接收后才能判断是否可以译码。否则为及时码或立即码。

5种不同的码

U	$P(u_i)$	W_1	W_2	W_3	W_4	W_5
u_1	1/2	00	00	1	0	0
u_2	1/4	01	00	00	10	01
u_3	1/8	10	10	01	110	011
u_4	1/8	11	11	10	111	111

W_3:

1001001

$$= \begin{cases} 1,00,10,01 \rightarrow u_1u_2u_4u_3 \\ 10,01,00,1 \rightarrow u_4u_3u_2u_1 \\ 1,00,1,00,1 \rightarrow u_1u_2u_1u_2u_1 \end{cases}$$

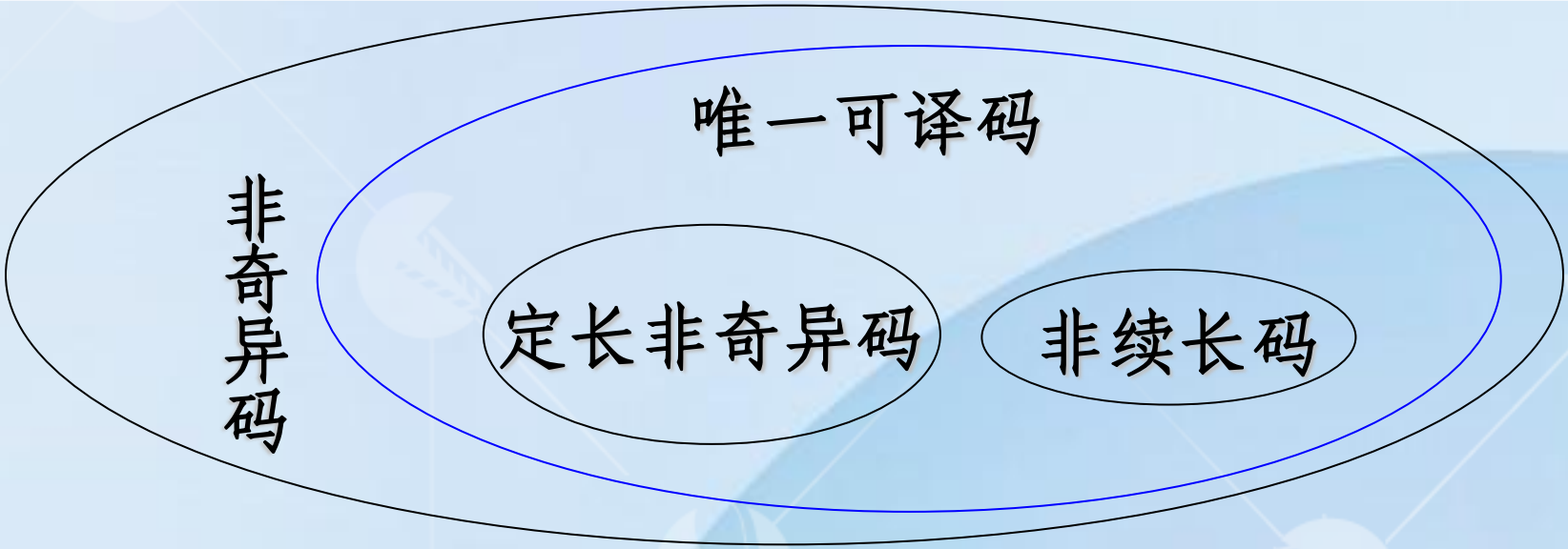
W_1: 定长码。非奇异码。非续长码。 定长非奇异码肯定是UDC

W_2: 定长码。奇异码。 奇异码肯定不是UDC

W_3: 变长码。非奇异码。续长码。 非及时码。 不是UDC

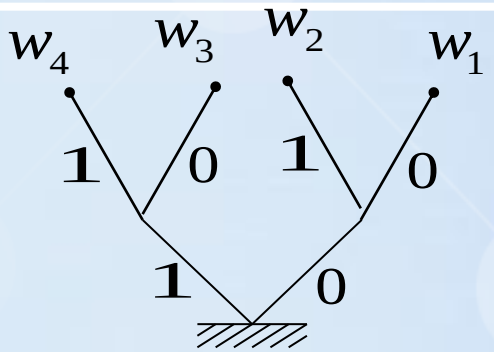
W_4: 变长码。非奇异码。非续长码。及时码。非续长码肯定是UDC

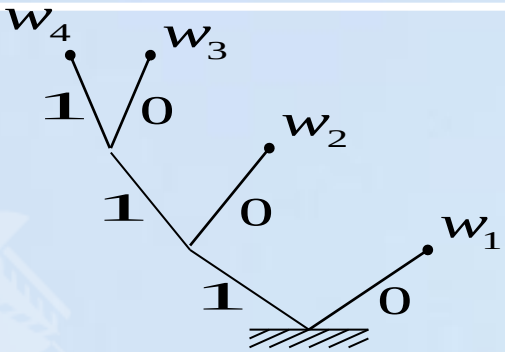
W_5: 变长码。非奇异码。续长码。 非及时码。 是UDC

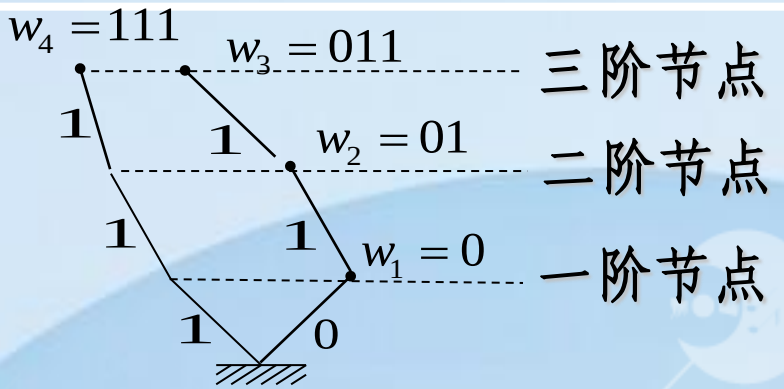


- 码
  - 奇异码
  - 非奇异码
    - 非唯一可译码
    - 唯一可译码
      - 定长非奇异码
      - 变长非续长码
      - （部分）变长续长码

2、码树







W_1={00, 01, 10, 11}　W_4={0, 10, 110, 111}　W_5={0, 01, 011, 111}

- 码树从树根开始向上长出树枝，树枝代表码元，树枝与树枝的交点叫做节点。
- *r* 进制码树：码元个数为*r*，各节点(含树根)向上长出的树枝数不大于*r*。
- *l* 阶节点：经过*l* 根树枝才能到达的节点。
- 终端节点或端点：向上不长出树枝的节点。
- 整树：*r*进制码树各节点(包括树根)向上长出的树枝数均等于*r*。
- 码字：与码树上的节点对应，组成该码字的码元就是从树根开始到该节点所经过的树枝(或码元)。
- 非续长码：所有码字均处于终端节点，即端点上。

3、Kraft不等式

非续长码存在性定理：对于任一 r 进制非续长码，各码字的码长为$\{l_1, l_2, \dots, l_q\}$必须满足*Kraft* 不等式：

$$\sum_{i=1}^{q} r^{-l_i} \leq 1$$

反过来，若上式成立，就一定能构造一个 r 进制非续长码。

- 不满足*Kraft* 不等式的码肯定不是非续长码；
- 满足*Kraft* 不等式的码也不一定是非续长码；
- 根据满足*Kraft* 不等式的码长集合可构造出一个非续长码；
- 上述定理对唯一可译码仍然成立。

唯一可译码存在性定理：对于任一 r 进制唯一可译码（UDC），各码字的码长为$\{l_1, l_2, \cdots, l_q\}$，必须满足*Kraft* 不等式：

$$\sum_{i=1}^{q} r^{-l_i} \leq 1$$

反过来，若上式成立，就一定能构造一个 r 进制唯一可译码（UDC）。

- *Kraft* 不等式是唯一可译码存在的充要条件；
- 如果码是唯一可译码，则必定满足该不等式；
- 如果满足*Kraft* 不等式，则这种码长的唯一可译码一定存在；
- 但不表示所有满足不等式的码一定是唯一可译码。